6-4　y軸のまわりの180°および90°の回転

11/~~22~~29（火）　(1)

狩野 裕平

○ 2個の同一のシュテルン-ゲルラッハの装置を考えて、図6-6のように、第2の装置を"逆さまにひっくりかえす"

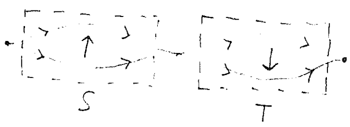

図6-6　y軸のまわりの180°の回転

○ (+S)状態の粒子は第1の装置の"上側"を通り、第2の装置も"上側"(T-)を通る。

○ この場合の変換は、$|C_+'| = |C_-|$, $|C_-'| = |C_+|$ を与えるものでなければならない。
そこで前回同様

$$C_+' = e^{i\beta} C_-, \qquad C_-' = e^{i\gamma} C_+ \qquad \cdots (6.20)$$

とおくことができる。

○ 180°の回転をつづけて2度行うと、z軸の360°回転と同じ式が成り立つので、

$$C_+'' = e^{i\beta} C_-' = e^{i\beta} e^{i\gamma} C_+ = -C_+$$

$$C_-'' = e^{i\gamma} C_+' = e^{i\gamma} e^{i\beta} C_- = -C_- \qquad \cdots (6.21)$$

となり、これは、$e^{i\beta} e^{i\gamma} = -1$ を意味する。
したがってy軸のまわりの180°回転に対する変換は

$$C_+' = e^{i\beta} C_-, \qquad C_-' = -e^{-i\beta} C_+ \qquad \cdots (6.22)$$

○ この議論は、x-y平面内にある任意の軸のまわりの180°の回転に対して、同様に適用できる

○ 軸が違えば β の値も違う。普通、y軸のまわりの180°の回転の場合、$\beta = 0$ をえらぶ。

○ このような選び方ができることを示すために、y軸のまわりの180°の回転の場合に、$\beta \neq 0$ と仮定する。すると、その位相が0になるような軸がほかに存在することを示すことができる。

図6-7(a)のように、y軸と角αをなすx-y平面内の軸Aをとり位相β_Aを求める
はじめT装置は、y軸にそってS装置と直線上に並んでいるとし、TをA軸のまわりに
180°の回転をする。
回転後のTの軸をx'', y'', z''とする。
Tに関する振幅には、

$$C_+'' = e^{i\beta_A} C_- \quad , \quad C_-'' = -e^{-i\beta_A} C_+ \qquad \cdots (6.23)$$

の関係がある。

。これと同じ方向にするには、図の(b)と(c)の二つの回転をつづけて行ってもよい。
y軸のまわりに、Sに関して180°の回転をした装置Uを考える。図(b)
Uに関する振幅は(6.22)。
次に、図(c)の様に、z'軸のまわりに-2α回転させる。(6.19)の式を使うと、

$$C_+'' = e^{-i\alpha} C_+' \, , \quad C_-'' = e^{+i\alpha} C_-' \qquad \cdots (6.24)$$

(6.24)、(6.22)を結合させると、

$$C_+'' = e^{i(\beta-\alpha)} C_- \quad , \quad C_-'' = -e^{-i(\beta-\alpha)} C_+ \qquad \cdots (6.25)$$

これが(6.23)と等しいので、

$$\beta_A = \beta - \alpha \qquad \cdots (6.26)$$

。A軸とy軸(Sの)との間の角αをβに等しくとったとき、A軸のまわりの180°の回転に
対する変換は$\beta_A = 0$を与えることを示している。
このことより、

$$\left.\begin{aligned} C_+' &= C_- \\ C_-' &= -C_+ \end{aligned}\right\} \text{ y軸のまわりの180°の回転} \qquad \cdots (6.27)$$

。y軸のまわりの90°の回転
90°の回転を2回行うことは、180°の回転1回と同じである。
90°の変換は、

$$C_+' = aC_+ + bC_- \quad , \quad C_-' = cC_+ + dC_- \qquad \cdots (6.28)$$

もう一度変換して

$$C_+'' = aC_+' + bC_-' \, , \quad C_-'' = cC_+' + dC_-' \qquad \cdots (6.29)$$

(6.28)と(6.29)から、

$$\begin{aligned} C_+'' &= a(aC_+ + bC_-) + b(cC_+ + dC_-) \\ C_-'' &= a(aC_+ + bC_-) + d(cC_+ + dC_-) \end{aligned} \qquad \cdots (6.30)$$

(6.27)から、

$$C_+'' = C_- \quad , \quad C_-'' = -C_+$$

これらを解くと、

$$C_+' = \frac{1}{\sqrt{2}}(C_+ + C_-) \quad , \quad C_-' = \frac{1}{\sqrt{2}}(-C_+ + C_-)$$ y軸のまわりの90°の回転