4−3　n個のボース粒子の状態　　大久保 哲平 [redacted]

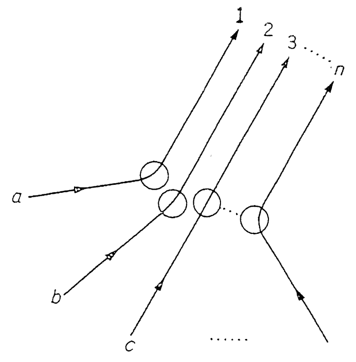

図 4-4　近接した終状態への n 個の粒子の散乱

図4−4の状況を考える。

n個の粒子　a, b, c, ……
それらが散乱されて
それぞれ 1, 2, 3, ……, n の方向に出てゆくとする。
このn個の方向はすべて，ずっと遠く離れたところにある一つの小さな計数管の方向を向いているものとする。

4−2節と同様に確率を考えていく。

1、同時に異なるn個の粒子をカウントする確率 P_n(異) ⟶ $\underline{P_n(\text{異}) = |a|^2|b|^2|c|^2 \cdots (\Delta S)^n}$ 〜Ⅰ である。

2、すべての粒子が同種のボース粒子であるとする。このときn個の方向のうち「どの方向に」「どの」粒子が配分されるかによって，区別できない可能性を生じることになる。

→ n個の粒子があるときは $\underline{n!}$ 個の異なる区別のできない可能性がある。

∴ n個の粒子がn個の面要素でカウントされる確率は

$$\underline{|a_1b_2c_3\cdots + a_1b_3c_2\cdots + a_2b_1c_3\cdots + a_2b_3c_1\cdots + \cdots|^2 dS_1 dS_2 dS_3 \cdots dS_n} \quad -(※)$$

ここで，すべての方向は非常に接近しているので $a_1 = a_2 = \cdots = a_n = a$ とおけ b以降も同様に考えると (※)は

$$\underline{|n!\ abc\cdots|^2 dS_1 dS_2 \cdots dS_n}$$ となる。

それぞれの dS を表面積 ΔS 上で積分すると，面要素の可能なそれぞれの積は $n!$ 重数えられたことになるので補正をして求める確率 P_n(ボース)

$$\underline{\underline{P_n(\text{ボース}) = \frac{1}{n!}|n!\ abc\cdots|^2(\Delta S)^n}} \quad 〜Ⅱ$$

Ⅰ, Ⅱより $\underline{\underline{P_n(\text{ボース}) = n!\,P_n(\text{異})}}$　したがってボース粒子の場合は粒子が無関係に独立に行動するより $n!$ 倍大きい。

⇓ どういうことか？

「すでにn個の粒子がある特定の状態にあるとき、さらにもう1個のボース粒子が入る確率はいくらか」を考える。

n+1個目の粒子：wとする

Ⅱより $P_{n+1}(\text{ボース}) = (n+1)!\,|abc\cdots w|^2(\Delta S)^{n+1}$

$= \underline{(n+1)\ |w^2|\Delta S P_n(\text{ボース})}$

※
$|w|^2\Delta S$ = ほかに粒子が存在しないとき粒子wが検出器に入ってくる確率。
P_n(ボース) = 他のボース粒子が検出器内に入っている確率

つまり　すでにn個入っているとき同じ状態にもう1個の粒子が入る確率は 1個も入ってない時より (n+1)倍増強される。 「他の粒子の存在はさらに1個を獲る…を増」