2-2 位置と運動量の測定

5/24 浅木 了

例1

左図で粒子はみな、水平方向にP_0の大きさの運動量を持っているとする。

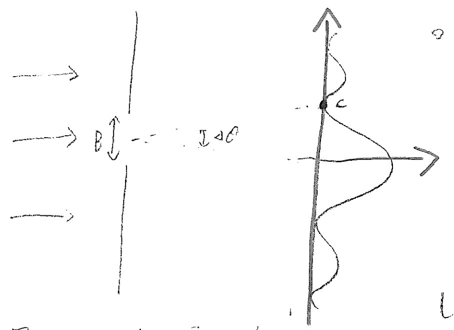

図1. スリットを通り抜ける粒子の回折

○古典力学的に考えれば、粒子が孔を通り抜ける前の垂直方向P_yは0である。したがって垂直方向の位置の不確定さΔyはBで、ΔP_yは0であると考えられる。

↓

しかし、それは誤りであり、波動の理論によると、波がスリットを通り抜けると光と同様に拡がる。あるいは回折する。したがってスリットから出た粒子は上下の方向の運動量をもつチャンスがある。

図1より垂直方向への運動量の広がりP_yは

$$P_y = P_0 \Delta\theta \quad \cdots (1)$$

ここで $\Delta\theta = \frac{\lambda}{B}$ より

$$P_y = P_0 \frac{\lambda}{B} \quad \cdots (2)$$

また位置の不確定さΔyは

$$\Delta y = B \quad \cdots (1)$$

(2)より

○スリットを狭くすれば回折像の広がりを大きくなる。

(1),(2)より

・垂直方向の運動量はyの不確定さに反比例する。

一方、量子力学によると、波長に運動量をかけたものはプランク定数に等しい、垂直方向の運動量と垂直方向の位置の不確定さの積はhの程度の大きさである。

$$\Delta y \Delta P_y \approx h \quad \cdots (3)$$

(3)より、位置についての知識の不確定さがΔyであるとき運動量の不確定さは$h/\Delta y$よりも大きい。

例2

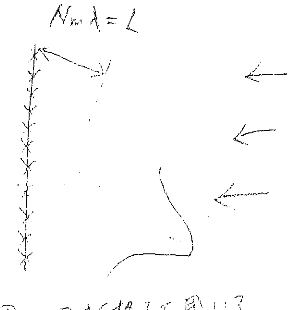

図2 回折格子を用いることによる運動量の決定

格子の線の数をN、干渉縞の次数をmとすると波長の相対的不確定度は

$$\frac{1}{Nm}$$

すなわち $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{Nm} \quad \cdots (4)$

したがって $\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} = \frac{1}{Nm\lambda} = \frac{1}{L} \quad \cdots (5)$

(5)より波束の不確定さを小さくするには波束は少なくともLの長さをもたなければならない。なお

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} = \Delta\left(\frac{1}{\lambda}\right) = \frac{\Delta k}{2\pi}$$

よって $\Delta k = \frac{2\pi}{L}$ (L: 波束の長さ) …(6)

(6)より長さがLよりも小さい波束を用いると波数不確定さが$2\pi/L$よりも大きくなる。

ここで波束の長さは粒子の位置の不確定さを表わしているので、波束の長さをΔxとすると

$p = \hbar k$ より

$$p \approx \frac{h}{\Delta x}$$

となる。