磁場解析

山形大学理工学研究科Ｍ１
伊藤 祐輔

2000 年 7 月 22 日

1 はじめに

前回までで、磁場を求めた時に使用したホール素子のキャリブレーションを終了した。以下にその結果を記す。

⋆ <u>ホール係数</u>

$R_x = -0.0016\, temp + 1.098 \ \ [V/T\, A]$

$R_y = -0.0005\, temp + 1.0505 \ \ [V/T\, A]$ (但し, $temp$は温度 (℃))

$R_z = -0.0003 temp + 1.0226 \ \ [V/T\, A]$

⋆ <u>プレナーホール係数</u>

$P_x = -0.00003\, temp + 0.0138 [V/T^2\, A]$

$P_y = -0.00003\, temp + 0.0138 [V/T^2\, A]$ (但し, $temp$は温度 (℃))

$P_z = -0.00001\, temp + 0.0126 [V/T^2\, A]$

⋆ <u>*residual voltage*</u>

$(V_0)_x = -0.0002\, temp \ - 0.0716 [mV]$

$(V_0)_y = -0.0196\, temp \ + 0.3699 [mV]$ (但し, $temp$は温度 (℃))

$(V_0)_z = -0.0004\, temp \ + 0.0653 [mV]$

ただし、これらはすべてホール座標で書かれている為に後々磁石座標へと変換しないといけないのであるが、ここでは触れないでおく。以上のことを利用して磁場を構築していく。以下、このレポートではこの過程をまとめていく。

2　データのフォーマット

まず、データはアスキー形式で保存されている。それらは ”,” で区切られているので、使用上取り扱い易いようにスペース区切り、もしくはタブ区切りにしてやる。
データは以下のようなフォーマットで保存されている。

1 ; date　2 ; time　3 ; count　4 ; x [n]　5 ; y [n]　6 ; z [n]
7; V_x [mV]　8 ; V_y [mV]　9 ; V_z [mV]
10 ; Hall current [A]　11 ; temprature [mV]
12 ; unknown [?]
13 ~15 , 17 ; 不要なデータ $(x, y, z$ の余り？)
16 ; NMR 値 [gauss]

3　解析方法

3.1　概要

以上のデータを解析する。まず、解析方法の概要を簡単に示す。

1. 区切り文字をカンマ”,”からスペースに切り替える。
2. 必要なデータだけを抜き出す
3. 変換の必要なデータに変換を施す
4. プロットし易い形にしてやり、paw もしくは excel でプロット

これら全てはスクリプトで一括処理できるようにしてある。が、それはこのレポートの最後に添付する事にして、ここでは触れない事にする。

3.2　座標変換

3.2.1　座標系

今回は 3 つの座標系を用いる事になる。それは

1. *magnet coordinate*
2. *encorder coordinate*
3. *hall (probe) coordinate*

である。
1 は磁石を基とした座標系であり、今回の解析ではメインとなる座標系である。
2 はホール素子を動かす際に用いる encorder から読み取れる座標系である。
3 はホール素子が受ける磁場の向きを基として構成される座標系であり、磁場の値に関するものはこの座標系で表されている。

3.2.2 座標変換 (postition)

これらの座標系の間には以下のような関係がある。

$x, y, z; magnet\ coordinate \quad , \quad x', y', z'; encorder\ coordinate, \quad x'', y'', z''; hall\ coordinate$

$$
\begin{aligned}
x &= -x' = -y'' \\
y &= y' = -x'' \\
z &= -z' = z''
\end{aligned}
$$

また、hall coordinate と magnet coordinate は向きだけの変換で済むが magnet coordinate と encorder coordinate は位置の変換なので、それらのおおまかな変換もしなければいけない。それらの式は以下のようになる。

$$
x = \begin{cases} (-x' + 65536)/20 - x_0 & (x' \geq 30000) \\ -x'/20 - x_0 & (x' \leq 30000) \end{cases}
$$

$$
y = \begin{cases} y'/20 + y_0 & (y' \leq 20000) \\ (y' - 65536)/20 + y_0 & (y' \geq 20000) \end{cases}
$$

$$
z = \begin{cases} (-z' + 65536)/20 + z_0 & \\ (-z' - 65536)/20 + z_0 & overflow \\ -z'/20 + z_0 & underflow \end{cases}
$$

ただし、x_0 , y_0 , z_0 は、ずれの分をあらわす値であり、residual voltage と呼ばれるものである。これはデータ毎に異なる値を持ち、以前のホール素子のキャリブレーションをした際に求めてあるものを用いる事にする。

3.2.3 ホール座標と磁石座標への変換

ホール座標から磁石座標への変換を考える。この変換が必要なのは

1. $V_i \quad (i = x, y, z) \quad [mV]$

2. R_i ($i = x, y, z$) $[V/TA]]$

3. P_i ($i = x, y, z$) $[V/T^2A]$

である。これらを上の座標系のところで述べた規則に従い、変換する。しかし位置の場合と異なり、向き $(\pm)$ を変えるだけである。

3.3 ループ計算を用いた磁場の大きさの計算

3.3.1 ホール効果の復習

ホール効果により生じる電圧に関する式は

$$V = RB_nI - P{B_t}^2 I \mathrm{sin} 2\psi + V_0 \tag{1}$$

B_n:磁場の素子平面に垂直な方向 (**n**ormal conmponet) の大きさ

B_t:磁場の素子平面方向 (**t**angential component) の大きさ

R:ホール係数 , I:電流の大きさ , P:プレナーホール係数

ψ:I と $\mathbf{B}_t$ の為す角度 , V_0:residual voltage 　である。

今回はこの式を用いて、それぞれの方向の磁場を求め、それらを他の方向の B を求める式に代入し、ループ計算する事でより正確な磁場の値を求める。そのループ計算をする前に、まず ψ についての考察をする。

3.3.2 ψ についての考察

上の式より求めるべきは B_n である。何故ならプレナーホール効果は (ノーマル) ホール効果に比べて影響が小さく、B_t を算出するのは困難であるからである。よって B_n を算出し、それをループ計算する事でその収束した値を求める。一般的には

$$B_n = \left(V + P{B_t}^2 I \cos 2\psi - V_0\right) / R_H I$$

となる。まずはこの中の ψ について考える。
ψ とは電流と B_t の為す角度である。まずは、一般的に 3 次元で考えてみる。はじめにそれぞれのベクトルを考えてみる。

$$\begin{aligned}\mathbf{I} &= I_x\mathbf{i} + I_y\mathbf{j} + I_z\mathbf{k} \\ \mathbf{B_t} &= B_{tx}\mathbf{i} + B_{ty}\mathbf{j} + B_{tz}\mathbf{k}\end{aligned}$$

さらにこれらのベクトルが為す角度は内積を用いてあらわす事が出来る。

$$
\begin{aligned}
\cos\psi &= \mathbf{I}\cdot\mathbf{B_t} \\
&= \frac{I_x B_{tx} + I_y B_{ty} + I_z B_{tz}}{|I|\,|B_t|}
\end{aligned}
$$

　これを解く為に、まずある仮定を取り入れる。
それは電流の方向である。これをある一方向にとる。ここでは求める磁場の方向と垂直方向その電流の向きをとる事にする。そしてここで電流の大きさを 1 と仮定する。そう出来る理由は、ここで問題となっているのは角度である為にその大きさは任意で良く、向きを一方向に取った事も手伝って、結局その大きさは上の式の分子、分母でキャンセルしてしまう為である。
では、この仮定をした理由について述べる。
まず、電流はホール素子の中を流れているが、それは軸に沿って流れているはずである。何故なら素子の中を斜めに電流が流れている事は考えられないし、素子が軸に対してひどく傾いていると言うことはデータから推測するにありえないからである。よってこの仮定をした事で、状態に対する考察が正しくない方向に行くとは考えられず、この仮定は正しいものであると断言できる。
　これについての数式でのアプローチをしてみる。まず、例として x 方向の磁場を調べて見る事にする。この時、仮に電流の向きを $+y$ 方向にとる。すると上の式は

$$
\cos\psi = \frac{I_y B_{ty}}{|I|\,|B_t|} \quad = \frac{B_y}{\sqrt{{B_y}^2 + {B_z}^2}}
$$

である。また、これより

$$
\sin\psi = \sqrt{1 \;-\; \frac{{B_y}^2}{{B_y}^2 + {B_z}^2}} \;= \frac{B_z}{\sqrt{{B_y}^2 + {B_z}^2}}
$$

となる。よってこれら 2 式より

$$
\begin{aligned}
\sin 2\psi &= 2\cos\psi\ \sin\psi \\
&= 2\frac{B_y\ B_z}{{B_y}^2 + {B_z}^2}
\end{aligned}
$$

となる。また電流の向きを $+z$ 方向にすると、

$$
\begin{aligned}
\cos\psi &= \frac{I_z B_{tz}}{|I|\,|B_t|} \\
&= \frac{B_z}{\sqrt{{B_y}^2 + {B_z}^2}}
\end{aligned}
$$

だから、同様にこの場合の $\sin 2\psi$ を求めると、

$$\begin{aligned}\sin 2\psi &= 2\cos\psi\sin\psi \\ &= 2\frac{B_y\ B_z}{{B_y}^2+{B_z}^2}\end{aligned}$$

というかたちになる。つまり、どちらも同じ結果を生み出すのである。よってこの事より、電流の方向は考えなくても良いと言うことが分る。そしてその変換式としては

$$\begin{aligned}{B_x}' &= \left({V_x}' +\ {P_x}'{B_y}'^2+{B_z}'^2 I * \frac{2\ {B_y}'\ {B_z}'}{{B_y}'^2+{B_z}'^2}\ -{V_{0x}}'\right)/{R_x}'I \\ &= \left({V_x}' +\ 2\ {P_y}'\ {B_y}'\ {B_z}'\ I\ \ -{V_{0x}}'\right)/{R_x}'I \\ {B_y}' &= \left({V_y}' +\ 2\ P'\ {B_x}'\ {B_z}'I\ \ -{V_{0y}}'\right)/{R_y}'I \\ {B_z}' &= \left({V_z}' +\ 2\ {P_z}'\ {B_x}'\ {B_y}'I\ \ -{V_{0z}}'\right)/{R_z}'I\end{aligned}$$

となる。ただし、これはホール座標での議論である事を強調するために、変換の必要があるものには' を付けた。つまり、これらを磁石座標へと変換してやらないといけない。3.2.3 で述べた関係に従って変換する事にする。つまり、電圧値と磁場の強さ及び各ホール係数についてである。それを考慮に加えた場合の式は

$$\begin{aligned}B_x &= \ -{B_y}'\ =\ \left(-{V_y}'\ -\ 2\ {P_y}'\ {B_x}'\ {B_z}'\ I\ \ +V_{0y}\right)/{R_y}'\ I \\ &= \left(V_y\ +\ 2\ P_x\ B_y\ B_z\ I\ \ -V_{0x}\right)/R_x\ I \\ B_y &= \ -{B_x}'\ =\ \left(-{V_x}'\ -\ 2\ {P_x}'\ {B_y}'\ {B_z}'I\ \ +{V_{0x}}'\right)/{R_x}'\ I \\ &= \left(V_y\ +\ 2\ P_y\ B_x\ B_z\ I\ \ -V_{0y}\right)/R_y\ I \\ B_z &= {B_z}'\ =\ \left({V_z}'\ +\ 2\ {P_z}'\ {B_x}'\ {B_y}'I\ \ -{V_{0z}}'\right)/{R_z}'\ I \\ &= \left(V_y\ -\ 2\ P_z\ B_x\ B_y\ I\ \ +V_{0z}\right)/R_z\ I\end{aligned}$$

以上のように変換式が求められる。

3.3.3 ループ計算

この上の式を見れば分かるように、それぞれの方向の磁束密度の大きさを求める式には、他の方向の磁束密度が影響を及ぼす項 (プレナーホール効果) があり、お互いに関係しあっている。よってまずはホール効果のみで与えられたを求め、そしてそれを初期値として互いのプレナーの項に代入していく事でループ計算をし、それにより より精密な B_n を求める。これがループ計算のおおまかな概要である。この計算は C 言語で書いてあるが、それは最後に添付する。

4　まとめ

以上、ここまでやった事をまとめてみた。この続きはすぐにまとめます。