中間エネルギー領域における
π^0 光生成反応の研究

山形大学理工学研究科修士課程 2 年
伊藤 祐輔

2002 年 3 月 22 日

目 次

第 1 章　序章 **3**
1.1 本研究の背景 . . . 3
1.1.1 (γ, η) 実験 . . . 4
1.1.2 本研究の目的 . . . 4
1.1.3 エネルギー領域 . . . 5

第 2 章　実験 **9**
2.1 実験エリア . . . 10
2.2 セットアップ . . . 10
2.2.1 CsI Spectrometer . . . 14
2.2.2 Tagging System . . . 17
2.3 DAQ System . . . 18

第 3 章　Monte-Carlo Simulation **21**
3.1 二体散乱 . . . 21
3.1.1 位相空間 (二体散乱) . . . 21
3.1.2 2γ 不変質量分解能 . . . 22
3.2 三体崩壊 . . . 28
3.2.1 4γ 不変質量分布 . . . 28
3.2.2 Dalitz plot . . . 37

第 4 章　データ解析 **39**
4.1 CsI ADC Calibration . . . 39
4.2 2γ Invariant Mass Analysis . . . 43
4.2.1 2γ 不変質量の組み方 . . . 43
4.2.2 不変質量分解能 . . . 43
4.3 入射位置の決定 . . . 45
4.3.1 エネルギー重心 . . . 45
4.4 Geant4 シミュレーション . . . 50
4.4.1 入射位置と重心の相関 . . . 50
4.4.2 位置分解能 . . . 63
4.5 $n\gamma$ 事象 . . . 66
4.5.1 Event Ratio . . . 66
4.5.2 3γ 入射時の 2γ 不変質量分布 . . . 67

4.5.3 4γ 入射時の 2γ 不変質量分布 68

第 5 章 考察 **69**
5.1 解析結果 69
5.2 CsI spectrometer の配置 70
5.3 今後の課題 70

付 録 A 多粒子系の位相空間 **75**
1 3-body phase space 75
1.1 Lorentz invariant な phase space 75
1.2 2 個の粒子の場合 75
1.3 3 個の粒子の場合 76
2 多粒子における phase space の取り扱い 77
2.1 漸化式 77

付 録 B Lorentz 変換 **79**

第1章　序章

1.1　本研究の背景

19 世紀の終りまでにすべての物質は百種類近くの元素及びそれらの化合物であり、それらは最小単位である原子の集合体であるという理解が成された。また更に、電気やイオンの研究より原子は電子とその正反対の陽電荷をもった物の複合系という理解が成された。一方 20 世紀の初め Rutherford による金箔での α 粒子散乱実験により原子において電子と対を成す正電荷部は原子の大きさに対して数桁小さな核であることが明らかとなり原子核とそれを取り巻く電子と言う描像が確固たるものとなった。更に 1932 年の中性子の発見により原子核は陽子及び中性子の集合体であるという描像が確立された。また、これらに加え原子核の β 崩壊を記述するためニュートリノが導入された。

このように 1930 年代まで物質を構成している最小単位の素粒子は陽子、中性子、電子、ニュートリノがあり、これらにより物質に関わる様々な現象を記述していた。しかし，1950 年代以降の大型加速器の発達に伴い，現在知られている素粒子は 100 を越える数となり，素粒子という呼び名が不適当なまでになった。これら，素粒子は大きく lepton と hadron に分類される。lepton は 6 種類存在するが，これに対する hadron の数は厖大なものとなっている。1960 年代後半に Gell-Mann 等は quark model によりこの hadron が 3 種類程度の quark の複合粒子で分類し得るということを明らかにした。一方、同じ 1960 年代の電子-陽子深非弾性散乱実験において弾性散乱の運動学から考えられない領域での反応が認められる結果が得られている。これらの反応は核子がパートンという内部構造を持つことで理解することができる。今日、電荷を持つパートンが quark、電荷を持たないパートンが quark の自由度である色を交換する gauge boson の gluon と理解されている。その後の研究で lepton 及び quark はそれぞれ 6 種存在し quark が hadron を形成、hadron である陽子中性子により原子核が構成され lepton である電子と原子を成し物質を構成するという描像が確立してきている。

quark model が提唱されてからは，クォークを単体で見出そうという努力が数多くなされた。しかし，quark を単体で観測することは，未だなされていない。これについて，自然界で quark の閉じ込めが起きており，単体の quark を観測することは不可能と考えられている。また同時に quark の自由度である color も観測することはできず，hadron は常に無色である。

近年、原子核内の核子や核子の励起状態の性質は、自由空間中の性質と同じであるかどうかと言う問題が核物理の主要なテーマの一つとなっている。原子核内の hadron は QCD の真空状態が自由空間の真空状態とは異なっている為に hadron の性質そのものが異なって観測される可能性が指摘されている。ある実験では様々な原子核標的を用いた光吸収断面積の測定により、^9Be よりも重い原子核内では、Δ 共鳴以外の核子共鳴が消失すると言

う明らかな原子核媒質効果が観測されている。この事から原子核の内部においては核子や核子共鳴の性質が自由空間と異なっている可能性を示唆している。

1.1.1　(γ, η) 実験

このような現象を確かめる為に、東北大学大学院付属原子核理学研究施設において、(γ, η) 反応を用いた原子核内 $S_{11}(1535)$ 共鳴状態の研究実験が行なわれた。この実験では入射 γ 線ビームのエネルギーを知る事が出来る Tagging System を利用して、炭素原子核標的を用いて $\mathrm{C}(\gamma, \gamma\gamma)$ 事象を測定し、2γ の各々のエネルギーと開口角から 2γ 系の不変質量を求め、η 中間子の粒子識別を行なう。得られた (γ, η) 反応の断面積の実験値から原子核内の $S_{11}(1535)$ の共鳴幅や共鳴エネルギー、励起強度を調べて原子核内の様子を探る。

1.1.2　本研究の目的

実験では、γ 線を検出する為に複数本の pure CsI シンチレータを組み合わせたものを CsI spectrometer として利用している。この CsI spectrometer はこの実験の為に作られたものであり、検出性能やこれを用いて得られたデータの解析方法などはまだ確立されていない。
本修士論文では、この CsI spectrometer で捕らえる予定である η 中間子と同じ 2γ に崩壊し、η 中間子よりも多くの事象から発生する π^0 中間子を用いて、CsI spectrometer の 2γ 検出性能を探り、データの解析手法を確立する事でその性能を評価する事を目的とする。

1.1.3　エネルギー領域

本修士論文題目である中間エネルギーについて説明する。中間エネルギーとは、実験で利用した tagged γ 線のエネルギー領域 $(800[MeV] < E_\gamma < 1100[MeV])$ をそう呼んでいる。この名前の由来と、このエネルギー領域を選んだ理由について以下で詳しく述べる。

▷ 低エネルギー領域

低エネルギー領域とは γ 線のエネルギーが今回使用した γ 線のエネルギーよりもさらに低い領域を指す。このエネルギー領域の γ 線のエネルギーが入射ビームとして利用された場合について考える。

γ 線が原子核標的に入射して、核子と相互作用すると核子が γ 線を吸収して共鳴状態を形成する。この状態にはエネルギーの大きさが異なる様々なものがある。γ 線のエネルギーが $\sim 400MeV$ 程度あれば、陽子の質量との合計は $\sim 1.3GeV$ となり、共鳴ピークが $1232\mathrm{MeV}$ の Δ 共鳴状態が主な共鳴状態を形成する。しかしこの実験の本実験では共鳴ピークが $1535\mathrm{MeV}$ の S_{11} 共鳴状態からの η を捕まえる事を目的としており、この γ 線のエネルギーでは S_{11} 共鳴状態は生成されない。最低でも $600\mathrm{MeV}$ 以上のエネルギーを持つ γ 線が必要である。よってさらに高いエネルギーを持つ γ 線で実験を行なう必要があるのである。

▷ 高エネルギー領域

次に高エネルギー領域について述べる。高エネルギー領域とは γ 線のエネルギーが $2{,}3\mathrm{GeV}$ よりも多い領域を指している。
このような領域での γ 線の振舞いを考える。γ 線は自由空間において実在の質量を持つ粒子対を創る事が出来ない。それは原子核が運動量を受け持たなければエネルギー, 運動量保存を満たす事が出来ないからである。しかし不確定性原理によると、$h/2\pi\Delta E$ (h:プランク定数) の時間にエネルギー保存が $\Delta\mathrm{E}$ だけ破れる事が許されている。従って γ 線は自身と同じ量子数を持ち、全エネルギーが $\Delta\mathrm{E}$ の仮想粒子 (もしくは粒子対) を創る事が出来るのである。だが存在出来る時間は $h/2\pi\Delta E$ だけである。
エネルギーが E_γ の光子が質量 m の粒子に仮想的に崩壊する場合を考える。運動量保存より、光子と崩壊後の粒子 (以下 粒子 V) は同じ運動量をもつ。

$$p \ = \ E_\gamma/c \tag{1.1}$$

質量が m で運動量が p である事より、粒子 V のもつエネルギー E は

$$\begin{aligned} E &= [(pc)^2 + m^2c^4]^{\frac{1}{2}} \\ &= [E_\gamma^2 + m^2c^4]^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

となる。よって光子と粒子 V のエネルギー差 $\Delta\mathrm{E}$ は

$$\begin{aligned} \Delta E &= E \ - \ E_\gamma \\ &= [E_\gamma^2 + m^2c^4]^{\frac{1}{2}} \ - \ E_\gamma \end{aligned} \tag{1.2}$$

となる。ここで γ 線のエネルギーが mc^2 に比べて非常に大きい場合と小さい場合の二通りについて考える。

- $E_\gamma \ll mc^2$ の場合

この場合、E_γ は無視出来るので ΔE は以下のようになる。

$$\Delta E = mc^2$$

これより粒子 V が仮想的に存在できる時間 T は

$$T = \frac{h}{2\pi mc^2} \tag{1.3}$$

である。仮に粒子 V が光速度で走ったとして、その時に走る距離 L は

$$L \leq \frac{h}{2\pi mc} \tag{1.4}$$

となる。光子の量子数より、この粒子 V の取り得る最も低いハドロン状態は $\pi^\pm$ である。粒子 V を $\pi^\pm$ であると仮定すると、この $\pi^\pm$ 中間子の走る距離は約 0.7[fm] 程度である。これは核子の大きさよりも短い距離であり、他の粒子と相互作用を起こす可能性は非常に低いと言える。

- $E_\gamma \gg mc^2$ の場合

この場合、E_γ が非常に大きいので ΔE は

$$\begin{aligned}
\Delta E &= E_\gamma[1 + \frac{m^2c^4}{E_\gamma^2}]^{\frac{1}{2}} - E_\gamma \\
&= E_\gamma\{[1 + (\frac{mc^2}{E_\gamma})^2]^{\frac{1}{2}} - 1\} \\
&\approx E_\gamma\,(1 + \frac{m^2c^4}{E_\gamma^2}) - 1) \\
&= \frac{m^2c^4}{2\ E_\gamma}
\end{aligned} \tag{1.5}$$

となる。よって粒子 V が存在出来る時間 T は

$$T = \frac{2hE_\gamma}{2\pi m^2c^4} \tag{1.6}$$

である。よって光速度で粒子 V が運動した場合に移動する距離 L は

$$L = \frac{2hE_\gamma}{2\pi m^2c^3} \tag{1.7}$$

である。このようにエネルギーに比例してその飛行距離は延びる為、光子のエネルギーが充分大きければ他の粒子と相互作用するに足りる距離だけ飛行出来ると考えられる。

次にこの仮想粒子がどのような相互作用をするのかを探る。仮想粒子がどのような粒子であるのかを知るには実験的に確かめる以外方法は無い。仮想粒子がどのような種類の粒子であるのかと言う事は既に調べられており、それはハドロンであると考えられている。ここで実在光子の規格化された状態関数を $|\gamma>$ で表すと

$$|\gamma> \quad = \quad c_0|\gamma_0> + c_h|h> \tag{1.8}$$

$$c_0\ |\gamma_0> \quad : \quad \text{光子の純電磁部分}$$
$$c_h\ |\ h> \quad : \quad \text{光子のハドロン部分}$$

となる (図 1.1 参照)。γ 線は高エネルギー領域では、電磁相互作用のみでなく強い相互作用もする事になる。そして、さらに高エネルギー領域になると電磁相互作用よりも強い相互作用が主な相互作用となってしまう (VMD 効果 [3])。その為、γ 線は電磁相互作用しかしない為に原子核内を調べる良いプローブなのであって、強い相互作用をするとすればその効果も考慮に入れなければならない。このように高エネルギー領域では γ 線を電磁相互作用のプローブとしてのみ使用する事が出来なくなるのである。それを避ける為にこのエネルギー領域よりも低いエネルギー領域で実験をする必要があると言える。

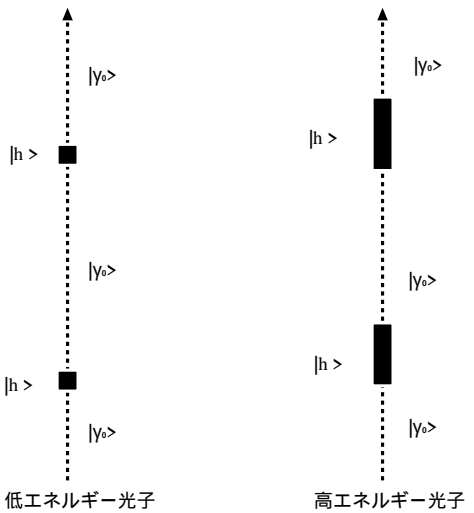


図 1.1: 低エネルギー光子はハドロンの寄与は殆んど無い。 高エネルギー光子はハドロンの雲を伴っている。

▷ 中間エネルギー領域

上で述べたように γ 線のエネルギー領域は低すぎても高すぎても目的を達成出来ない可能性がある。つまりこの中間のエネルギー領域が実験には最適であると考えてこのエネルギー領域を選んだ。また中間エネルギー領域と言う名前も高エネルギー領域と低エネルギー領域の中間のエネルギー状態である為にこう呼んでいる。

第2章　実験

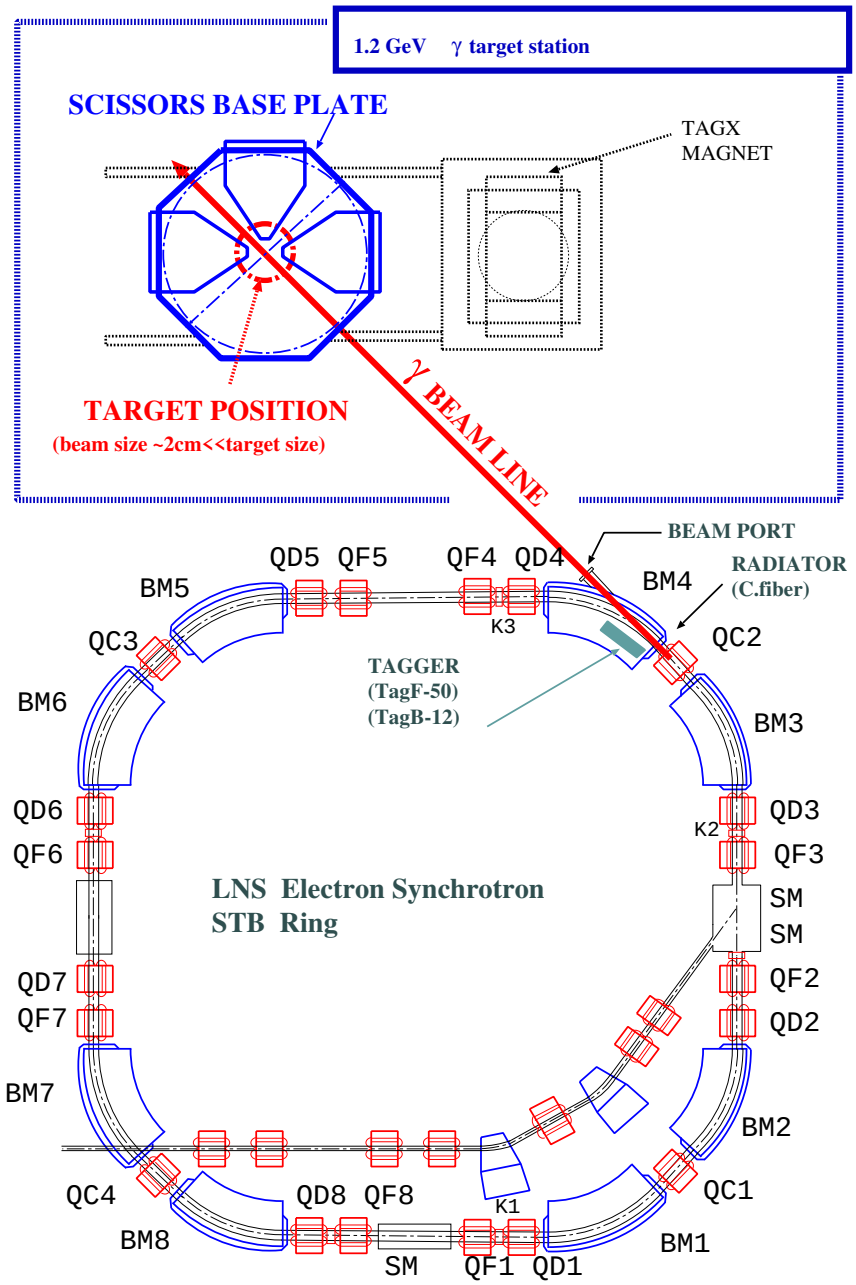


図 2.1: 1.2GeV Stretcher Booster Ring , Tagged Photon ビームコース

2.1　実験エリア

実験は東北大学大学院付属原子核理学研究施設第二実験室 1.2GeV Stretcher Booster リング (以下 STB リング) tagged photon ビームコースで行った。実験エリア全体の様子を図 2.1 に載せる。

STB リングは、電子線加速器 (LINAC) で作られる 300MeV のエネルギーを持つパルス状の電子ビームをリングの中に一旦貯めておき、その電子ビームを徐々に取り出して連続した電子ビームに変換するストレッチャー · モードと 300MeV の電子ビームをリングの中で更に加速し、電子のエネルギーを 1.2GeV まで高めるブースター · モードの機能を持っている。このうちのブースター · モードの機能を利用して電子ビームのエネルギーを 1.2GeV まで上げて Radiator にあてて γ 線を発生させる。そして Tagging System を利用して発生した γ 線のエネルギーを知り、標的への入射ビームとして使用する。この γ 線を原子核標的 (炭素, アルミニウム..etc) に当てると、一部の核子は γ 線を 吸収してその全エネルギーに相当する共鳴状態を形成し、その崩壊に伴い π^0 中間子を放出する。この π^0 中間子は標的内で 2γ に崩壊し、その γ 線を六組の pure CsI 検出器で検出する。

本実験は STB リング中を周回する電子ビームは 1.2GeV、この時に Tagging System から得られる γ 線のエネルギー範囲を $800[\mathrm{MeV}] < E_\gamma < 1100[\mathrm{MeV}]$, また周回電子ビームの強度は 20mA、tagged photon の強度を 5×10^6[個/sec] として実験を行った。

2.2　セットアップ

実験エリア内の検出器群のセットアップを図 2.2 に示す。実験では CsI spectrometer の配置によって γ 線の検出効率が変わると考えて、spectrometer の配置をいくつか変えて実験を行なった。この図 2.2 はその中の一つのセットアップであり今回解析したデータを取った時のセットアップ (Setup2) である。

CsI spectrometer は全体で 6 つの segment で構成されており、それぞれを S1,S2,...,S6 と呼んでいる。ビーム軸上に S5,S6 が上下に組まれたものが配置されており、この軸を挟んで S1,S2 と S3,S4 が組まれたものを原子核標的に向けて設置した。それぞれの CsI の前面部分が標的を中心とした疑似球面を形成している。また図 2.2 では S5,S6 とビームラインが交わっているように見えるが実際にはビームは S5,S6 の間を通っている為に、検出器に直接ビームが入射する事は無く、ビームによる検出器の損傷は無い。
この CsI spectrometer で、標的中において (γ,π^0), もしくは $(\gamma,\pi_0\pi_0)$ 反応により生成された π^0 中間子を $\pi^0 \to \gamma\gamma$ 崩壊を検出するのである。
この π^0 中間子についてであるが、寿命が $\sim 10^{-17}[sec]$ と非常に短い為、$\pi^0 \to \gamma\gamma$ 崩壊は π^0 中間子生成後すぐに標的内で起こっていると考えて良い。この事より、π^0 中間子からの 2γ の運動量ベクトルは標的と検出器を結んだ時の直線を規格化し、エネルギーをかけたもので求める事ができる。つまり、CsI spectrometer で γ 線の放射方向 (運動量ベクト

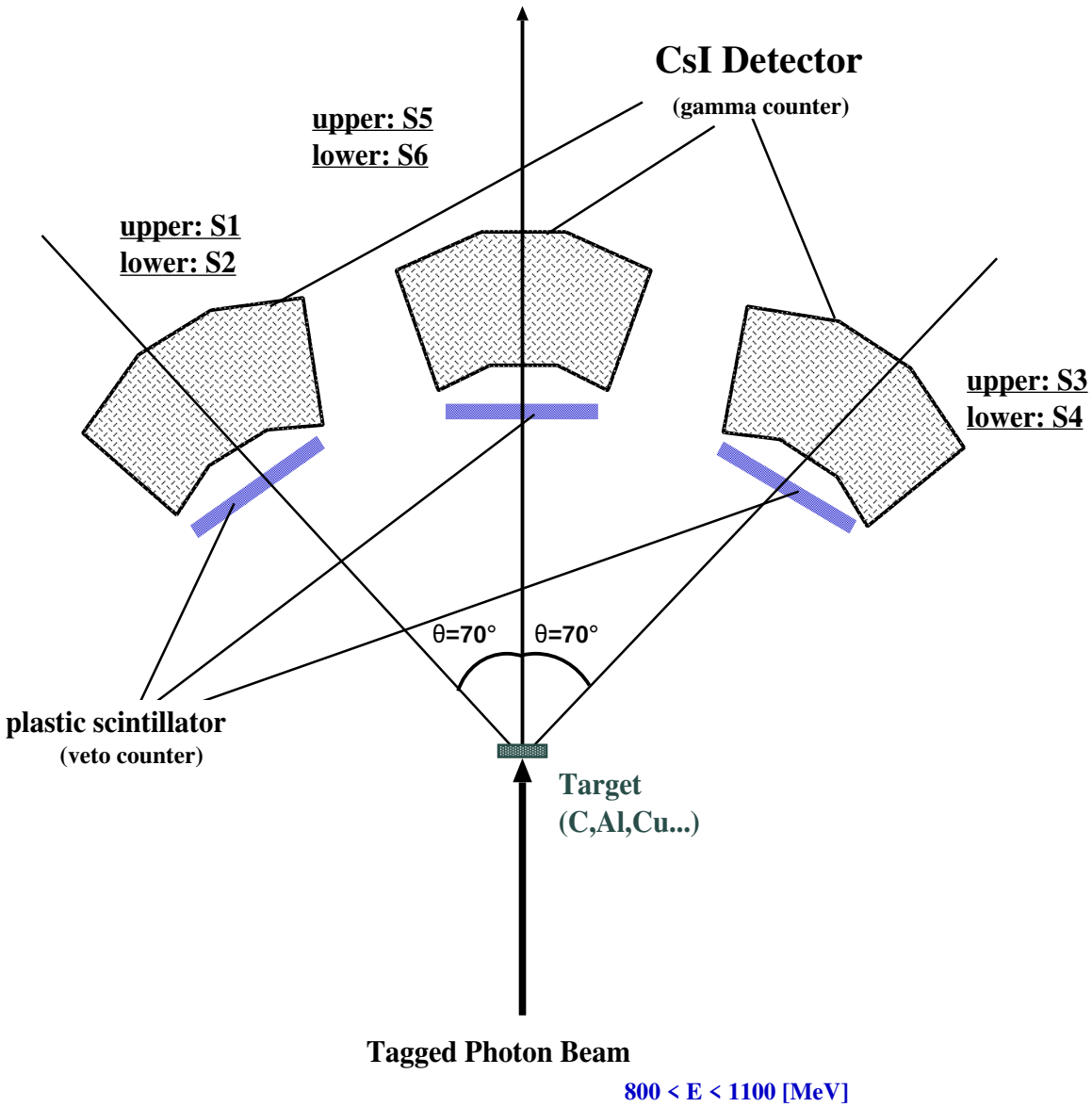


図 2.2: 実験室における各検出器のセットアップ (Setup 2):上から見た様子

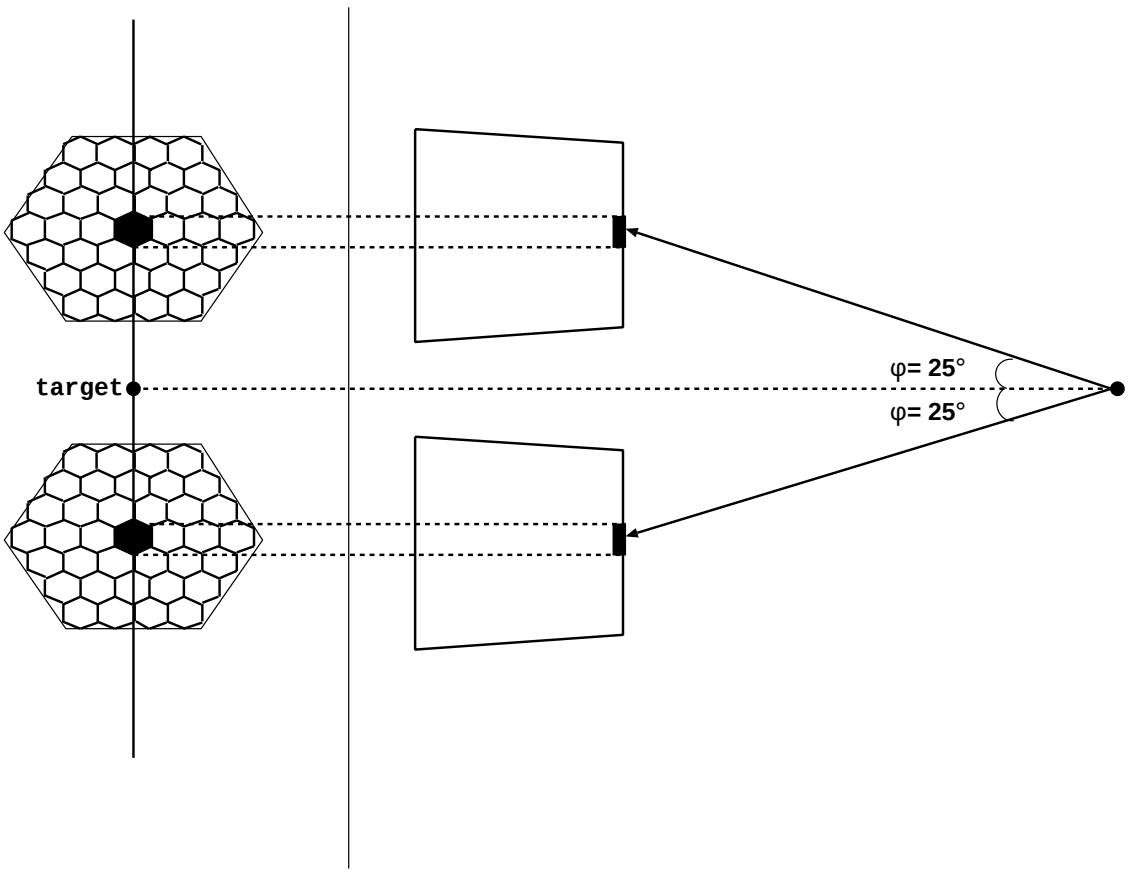


図 2.3: 実験室における各検出器のセットアップ (Setup 2):target から各 CsI spectrometer を見た 場合

ル) とエネルギーが測定する事が出来るのである。CsI spectrometer の前面、つまり検出面が疑似球面を作るようにしてあるのはこの為である。また γ 線と偶発的に入射する荷電粒子は CsI spectrometer の前部に設置してあるプラスチックシンチレータを Veto counter として区別する。ただし、トリガー条件に Veto counter からの信号は使わずにオフラインで TDC 情報を利用して同期を取り、解析に利用する。

2.2.1 CsI Spectrometer

▷ **pure CsI の性質**

今実験の CsI spectrometer は pure CsI で構成されている。その性能は表 2.1 のようになっている。

crystal	NaI(Tl)	CsI(pure)	BSO	BaF_2	PWO
density(g/cm^3)	3.67	4.53	6.80	4.90	8.2
radiation length(mm)	25.9	18.6	11.5	20.3	9.2
peak emission(nm)	415	305	480	220	430
light yield(relative)	100	3.7	1.3	5.0	0.26
refractive index[1]	1.85	1.8	2.06	1.56	2.2
radiation hardness(Gy)	10^3	10^{2-3}	10^{3-4}	10^{6-7}	10^{3-4}
hygroscopicity	Yes	Slight	No	No	No

表 2.1: 主な γ 線検出器で使用される クリスタルの性能

pure CsI シンチレータには潮解性が多少あるのが難であるが、光量は BSO や PWO と比べると多い事や decay time が 10ns,36ns と言う速い成分が全体の光量の 8 割を占めると言う、非常に速いシンチレータである事から counting ratio の高い実験に非常に向いている検出器である。この性質は、今回使用する γ 線のエネルギー領域の検出器として十分な性能があると言える。

▷ **CsI(pure) 検出器の形状**

今回使用した pure CsI 検出器の形状は六角台形であり、大きさの異なる二つの型がある。それぞれを Type1,Type2 と呼んで区別する。それぞれの大きさを図 2.4 に示す。

Type1 は、以前高エネルギー加速器研究機構田無分室の電子シンクロトロン実験施設において行われた “原子核内における核子共鳴状態の研究実験” で使用されたものである。CsI 結晶はテーパーのある、六角台形になっており、六角形の一辺の長さは前面が 35.3mm, 後面が 50.4mm である。そしてその長さは 250mm で radiation length に換算すると、$13.5X_0$ に相当する。

Type2 も Type1 と同様に六角台形の形状をしている。が大きさは異なっており、前面六角形の一辺が 27.5mm、後面六角形の一辺は 42.5mm と Type1 のものよりも小さくなっている。これは γ 線の入射位置を実際の入射位置の代わりに各 pure CsI 検出器の中心座標を使用する為、個々の結晶が小さい方がより詳しく位置を特定する事が出来るために小さくしている。そしてこの長さは 300mm で $16.2X_0$ に相当する。

また、この CsI(pure) 結晶が六角台形の形状になっている理由としては、複数本の組を使って組み上げた時に、その表面を疑似球面にする為である。四角台形などでも疑似球面を作る事は可能であるが、組みやすさや崩れにくさ、ずれにくさなどを考慮し、六角台形の形状を選んだ。Type1,2 の両方とも後面には光電子増倍管が取り付けられており、CsI(pure)

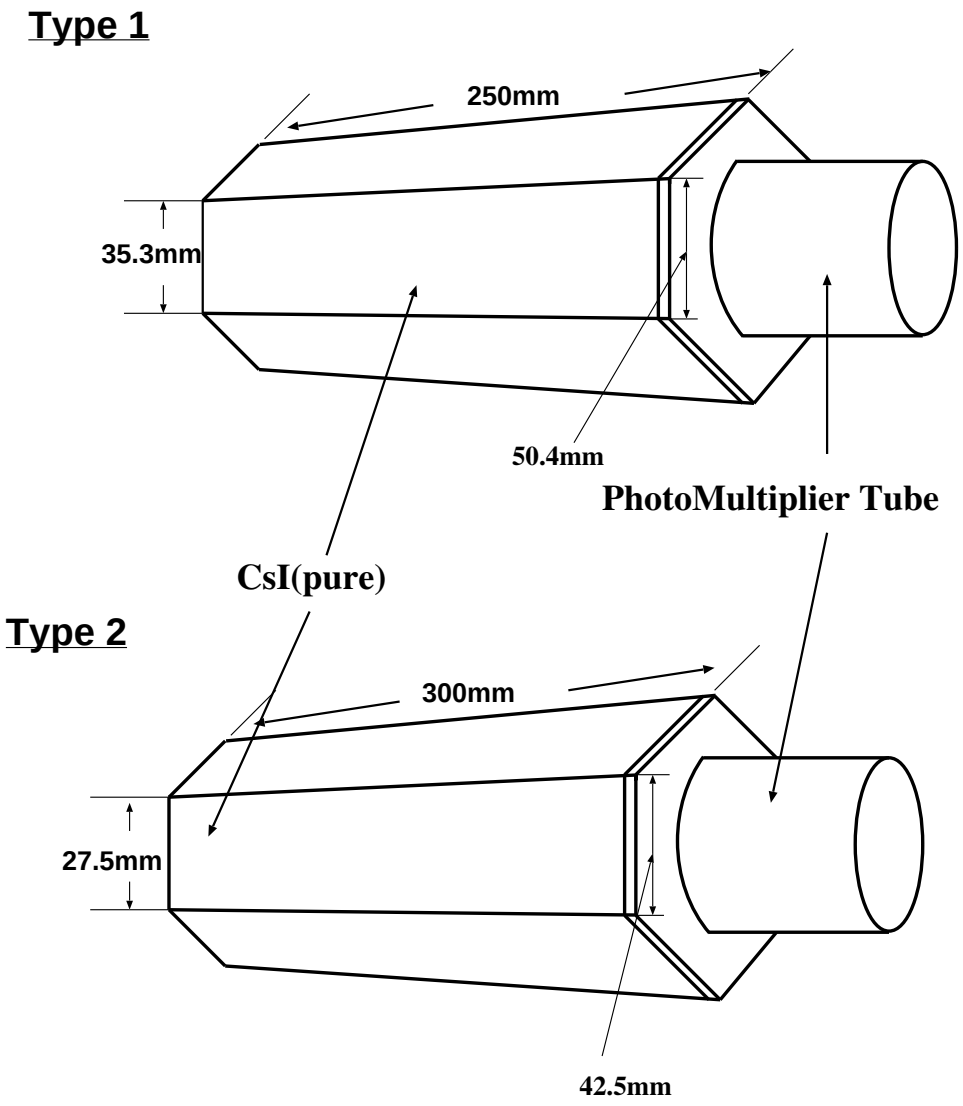


図 2.4: 上 : Type1(S5-S6)　 下 : Type2(S1-S4)

結晶が検出した放射線で発生したシンチレーション光を電気信号として得られるようになっている。

▷ 検出器の配置

前述のように Type1,Type2 各々の pure CsI 検出器は大きさが異なっている。一塊の大きさを統一する為に一組あたりの本数が多少異なっている。それぞれの様子を図 2.5 に示す。

Type1 は 29 本ずつ図 2.5 下のように上から 5,6,7,6,5 本ずつの列を 5 列並べた形に組み合わせる。Type1 を 29 本組にしたものが S5,S6 である。

Type2 は 37 本ずつ図 2.5 上のように上から 4,5,6,7,6,5,4 本づつの列を 7 列並べた形に組み合わせる。Type2 を 37 本組にしたものが S1,S2,S3,S4 である。
S1 形式のものと S5 形式のもので最も異なるのは、S5 形式のものは CsI と CsI の間にアルミニウム板 (厚さ 1mm) が入っている事である。

このようにして pure CsI 検出器を複数本組にして組み立てたものを、γ 線スペクトロメータとして使用する。

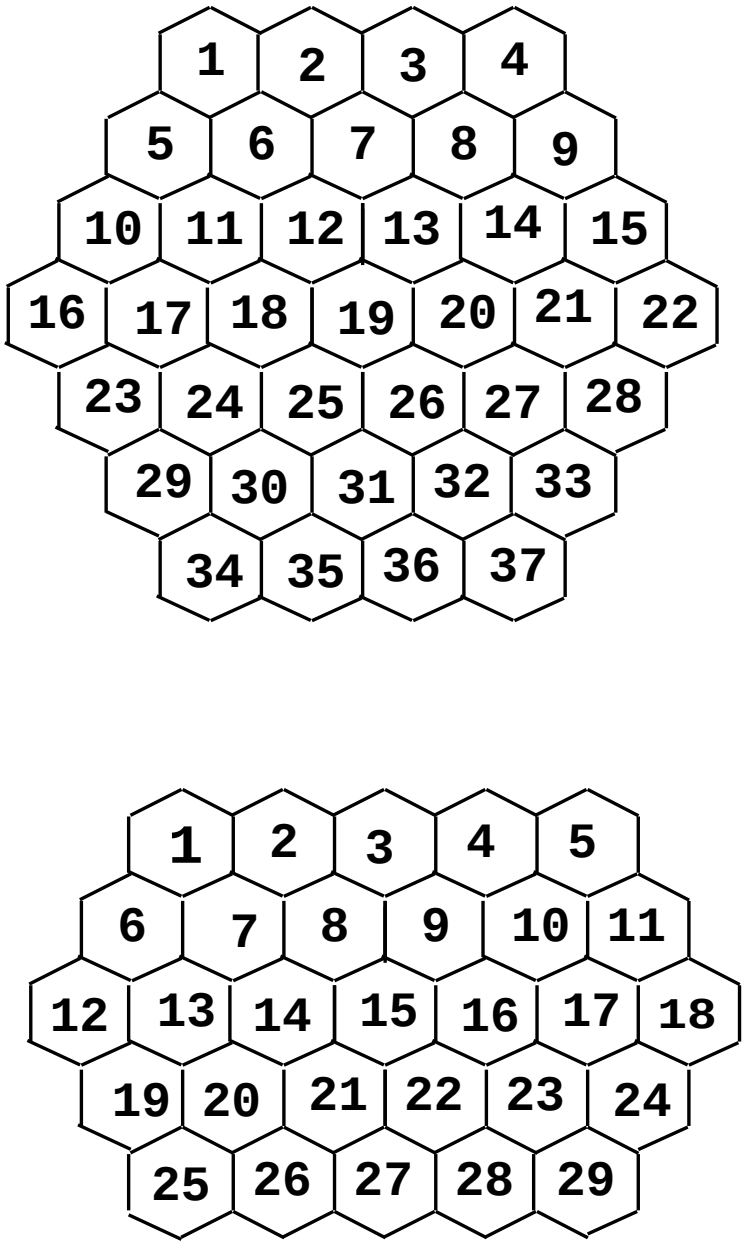


図 2.5: 上 : S1-S4　　下 : S5-S6

2.2.2　Tagging System

今実験では入射ビームとして標識付き光子ビーム (以下 tagged γ 線) を使用した。tagged γ 線は実験室に輸送された電子ビームをもとに Tagging System で発生する。tagged γ 線とはエネルギーの分っている γ 線の事である。荷電粒子であれば電磁石を用いて運動量を測定し、そのエネルギーを知る事は容易であるが、γ や中性子など電気的に中性な粒子の運動量やエネルギーなどの情報を得る事は比較的困難である。この Tagging System はエネルギーの分っている γ 線を発生させる事ができるシステムである
図 2.2.2 に Tagging System の概要を示す。

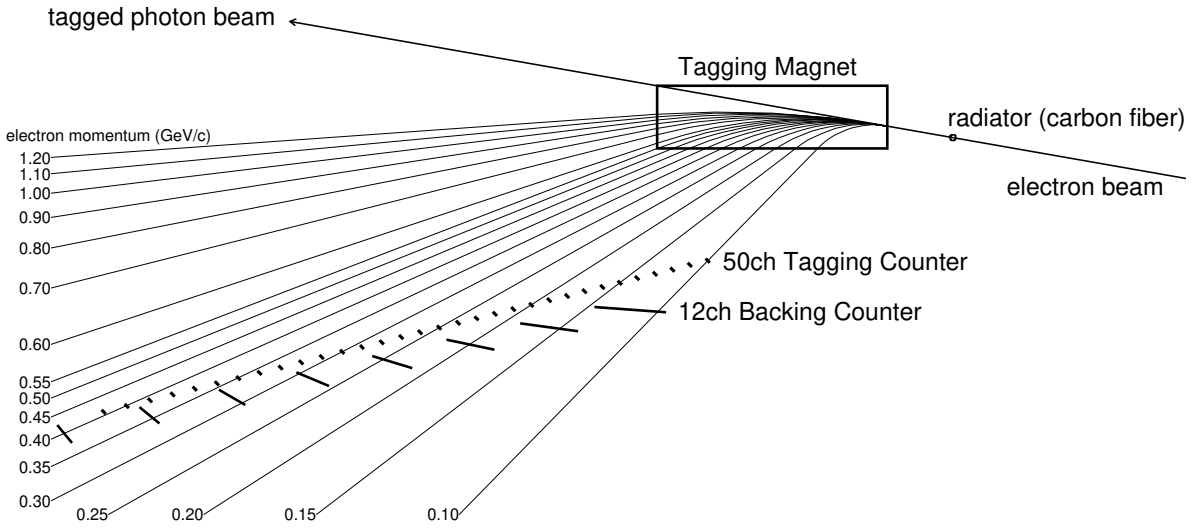


図 2.6: Tagging System

Tagging System は Radiator, 双極子電磁石,Tagging Counter で構成されている。今回の実験では Radiator として Carbon の fiber(直径:1μm) を使用した。STB リング中を周回しているエネルギーが 1.2GeV の電子が Radiator に入射する。すると炭素原子核の電場によりこの電子は制動放射を起こして光子を放出する。実験室に到達する光子は Radiator に入射した電子の入射軸に対して 0° 方向に放出されたもので、この時、反跳電子の放出角も 0° である。STB リングからで加速された電子のエネルギーと反跳電子のエネルギーから、制動放射により放出する光子のエネルギーは以下の式に従って求められる。

$$E_\gamma \quad = \quad E_e - E_{e'} \tag{2.1}$$

$$
\begin{aligned}
E_\gamma &: energy\ of\ gamma \\
E_e &: energy\ of\ electron(\ before\ scattering\ ) \\
E_{e'} &: energy\ of\ electron(\ after\ scattering\ )
\end{aligned}
$$

放出方向とエネルギーが決まっている電子は一様磁場内では決まった軌道を取る。Tagging System の 50 本の Tagging Counter で電子を検出する事により、電子の通った軌道を決定し、そのエネルギー (運動量) を測定する。そして測定された電子のエネルギーから (2.1) 式を用いて γ 線ビームのエネルギーを決めている。このとき、Tagging Counter に入射するバックグラウンドを抑える為に 12 本の Backing Counter との同時計測を行う。標識付けされた光子のエネルギー分解能は約 $\pm$5MeV である。STB リングからの電子の最大エネルギーは 1.2GeV であり、Tagging counter は $100 \sim 400[MeV]$ の電子を測定できる為、この時得られる tagged γ 線のエネルギー範囲は

$$800MeV < E_\gamma < 1100MeV$$

である。この範囲のエネルギーを標的への入射 γ 線として利用する事が出来る。

2.3 DAQ System

DAQ System とは Data AQuisition System の略称である。この DAQ System を利用して様々な情報を、データとして取得している。検出器や Tagging System からの情報を送る回路図を図 2.7 に示す。

CsI(pure) 検出器 207 本それぞれの光電子増倍管の出力信号は divider で二つに分けられる。一方はそのまま discriminator をとおり、TDC 入力となる。もう一方の信号はさらに divider を通過してさらに二つの信号に分けられる。そのうちの一つを ADC に入力する。最後の一つの信号をトリガー用の信号として利用する。まず S1 から S6 までで得られた信号を sum amp をとおして増幅する。そして S1 から S4 までは 37 本を一組みとして、また S5,S6 は 29 本を一組みとしてその信号の sum を Linear Fun In/Fun Out で取ってまとめる。各セグメント毎にまとめられた信号は次に discriminator に入る。ここで discriminator の閾値は 50mV に統一して設定した。この discriminator からの出力信号をトリガー信号の一つとして利用する。

次に Tagging System からの信号について説明する。Tagger の Tagging counter(以下 TagF) は 50 本、Back up counter(以下 TagB) は 12 本あり、それぞれの光電子増倍管から信号を得る事が出来る。TagF からの信号は隣合う 4 本、または 5 本毎に Tag Module に入力される。また、TagB からの信号は、attenuator と光電子増倍管アンプを通ってそれぞれの TagF の組に対応する Tag Module に入力する。ここで Tag Module とは discriminator と coincidence 回路で構成され、対応する TagF と TagB の信号の coincidence が取れれば、Tagging counter に反跳電子が入射したものとみなされて NIM 信号が出力される。この信号を TDC 入力とトリガー信号として利用する。

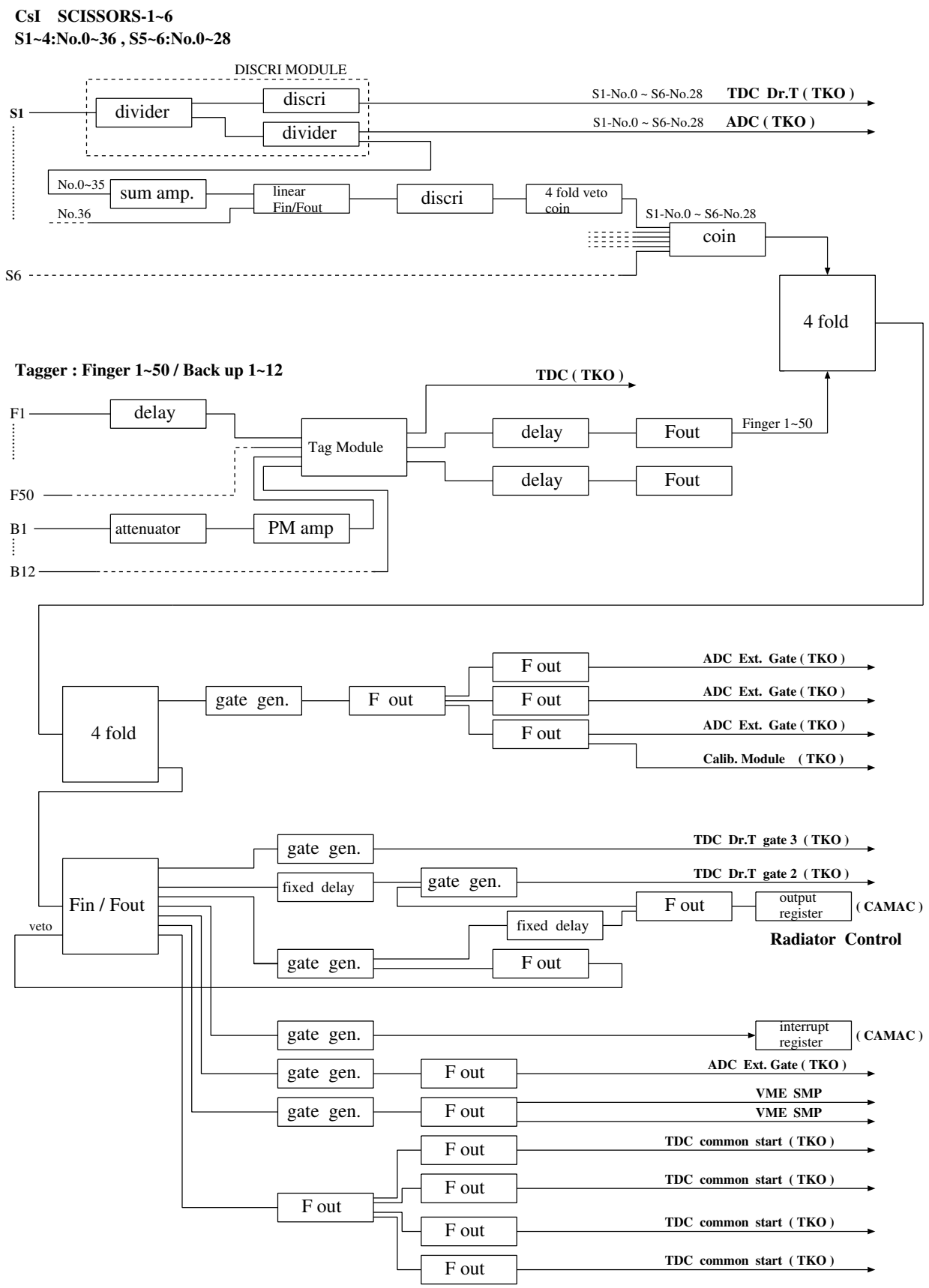

CsI SCISSORS-1~6
S1~4:No.0~36 , S5~6:No.0~28
DISCRI MODULE
S1
divider
discri
divider
S1-No.0 ~ S6-No.28
TDC Dr.T (TKO)
S1-No.0 ~ S6-No.28
ADC (TKO)
No.0~35
sum amp.
No.36
linear Fin/Fout
discri
4 fold veto coin
S1-No.0 ~ S6-No.28
coin
S6
4 fold
Tagger : Finger 1~50 / Back up 1~12
TDC (TKO)
F1
delay
Tag Module
delay
Fout
Finger 1~50
delay
Fout
F50
B1
attenuator
PM amp
B12
4 fold
gate gen.
F out
F out
F out
F out
ADC Ext. Gate (TKO)
ADC Ext. Gate (TKO)
ADC Ext. Gate (TKO)
Calib. Module (TKO)
Fin / Fout
veto
gate gen.
fixed delay
gate gen.
gate gen.
fixed delay
F out
output register
(CAMAC)
Radiator Control
TDC Dr.T gate 3 (TKO)
TDC Dr.T gate 2 (TKO)
F out
gate gen.
interrupt register
(CAMAC)
gate gen.
F out
ADC Ext. Gate (TKO)
gate gen.
F out
VME SMP
VME SMP
F out
TDC common start (TKO)
F out
TDC common start (TKO)
F out
F out
TDC common start (TKO)
TDC common start (TKO)

図 2.7: 回路図

全ての実験データ取得の条件は、

- **CsI spectrometer の 2 つのセグメントに同時に エネルギー付与があった**
- **tagging counter と backing counter の coincidence が取れた**

の二つの条件の論理積で取るものとする。

第3章　Monte-Carlo Simulation

実験では原子核標的 A を用いて $A(\gamma,\pi^0)B$ と言う事象, もしくは $A(\gamma,\pi^0\pi^0)B$ と言う事象により生成された π^0 中間子からの $2\gamma(\text{or } 4\gamma)$ を検出している。
はじめに入射 γ 線が何と相互作用して π^0 中間子を生成するのかについて考える。
入射する γ 線は電磁相互作用しかしない為に、相互作用するのは電荷を持っている粒子であると考えられ、核子である陽子か軌道上をまわる電子のどちらかである。しかし電子は質量が小さい為に、相互作用をしても γ 線の大きなエネルギー損失にはならない為に主なエネルギー損失を起こす相互作用の相手は陽子であると考えられる。
このような相互作用をして起こる $\gamma\mathrm{p} \to \pi^0\mathrm{p}$ 事象、$\gamma\mathrm{p} \to \pi^0\pi^0\mathrm{p}$ 事象について詳しくシミュレートする為に必要な事について考えていく。

3.1　二体散乱

二体散乱とは二個の粒子が相互に (もしくは一方のみ) 運動しながら互いに相互作用を及ぼし合い、終状態も 2 体のまま様々な方向に散乱される現象の事である。
$\gamma\mathrm{p} \to \pi^0\mathrm{p}$ 事象も γ 線と陽子の二体散乱である。ここで、一般的に標的となっている原子核の核子は quasi-free であると考えられるが、γ 線ビームの大きさ (広がり) が約 $2\mathrm{cm}$ である事から原子核の大きさはそれに比べて充分に小さく、核子の位置は常に一定であると考えて良いと考えられる。この事より、陽子は実験室系において静止していると仮定する。その核子に、ある大きさの運動量を持った γ 線が入射してくる。この入射してきた γ 線を陽子は吸収し、共鳴状態を瞬間的に形成する。そしてすぐに π^0 中間子と陽子に崩壊するのである[1]。この時、π^0 中間子と陽子が運動量をどのように分け合うか、と言う事を知る為に二粒子系の位相空間について考えていく。

3.1.1　位相空間 (二体散乱)

位相空間 (Phase Space) とは粒子が単位エネルギー幅において持つ事が出来る状態の数であり、状態の密度である。
二体散乱における位相空間を考える。簡単の為、二粒子の運動量の総和が 0 の系 (重心系) での場合を考える事にする。二粒子を粒子 1、粒子 2 と呼び区別する。すると位相空間の計算結果は次のようになる[2]。

[1] それ以外の粒子に崩壊するモードもある
[2] 計算の詳細は A(75 ページ) 参照

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_2}{dp_1} &= const \qquad (3.1) \\ p_1 &: \text{粒子 1 の運動量} \\ \rho_2 &: \text{粒子 2 の取り得る状態数} \end{aligned}$$

これは粒子 2 の取り得る状態数は粒子 1 の運動量変化に対して変わらないと言う事を言っている。つまり、二粒子の散乱は重心系においてどの状態に対する移り易さも変わらないと言う事である。これは衝突、崩壊した二粒子を重心系において観測すれば、重心から見た単位立体角あたりの事象は各粒子それぞれ全て等しい確率で起こりうると言う事を言っていると理解出来る。二体散乱シミュレーションでのイベント発生はこの位相空間にしたがったイベントを発生させる。

3.1.2　2γ 不変質量分解能

以上の事を利用して $\gamma\mathrm{p} \to \pi^0\mathrm{p}$ 事象、さらにこの π^0 中間子からの 2γ がどのような振舞いをするのかを調べる為にシミュレーションを行なう事とする。
ここで終状態は陽子と 2γ の三体になっているが、まず陽子と π^0 中間子が生成してそのうちの一体 (π^0) 中間子が二体 $(\gamma\gamma)$ に崩壊すると言う手続きを取る為に、全体として三体であっても 2 回の二体散乱の計算となっている。
シミュレーションで行なった手続きの流れを説明する[3]。

(1) 実験室系における入射粒子のエネルギー範囲を決定する

(2) 二粒子を重心系にローレンツ変換する

(3) 位相空間と運動量, エネルギー保存に従い、粒子の運動量ベクトル を決める

(4) 陽子のみを実験室系にローレンツ変換する

(5) π^0 中間子に着目し、π^0 中間子の静止 (重心) 系に移行する

(6) π^0 の静止質量を全エネルギーとして 2γ に分け与えて 崩壊させる

(7) 2γ を実験室系にローレンツ変換して全情報をファイルに保存する

(8) ファイルを開いて 2γ 不変質量,2γ 開口角 を求め、解析をする

[3]詳しい計算は B(79 ページ) 参照

それぞれについて以下で具体的に説明する。

(1) では入射 γ 線のエネルギー範囲を決める。このエネルギー範囲としては、実際の実験で Tagging System より得られる γ 線のエネルギー範囲を適用する。入射 γ 線のエネルギーはこの範囲で一様乱数で振られる。この様子を図 3.2 に載せる。

(2) では二粒子を重心系へとローレンツ変換する。重心系とは系全体の運動量が 0 となるような系である。二粒子系の場合にはこの条件から、各粒子の運動量は大きさが等しく向きが逆になる。重心系のこの性質を利用するとデータ解析や計算が非常に容易になる為に系をここで重心系へと変える。

(3) では散乱を起こしたとして、衝突後の二粒子の運動量ベクトルを決定する。その際には位相空間, 運動量保存, エネルギー保存を条件とする。

(4) では陽子のみ実験室系にローレンツ変換する。ここで陽子の情報を得る。

(5) では π^0 中間子のみを π^0 中間子の重心系へ移行する。これは $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ 事象を計算するにあたり、γp→π^0p 事象の場合と同様に重心系で計算する為である。

(6) では $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ 事象を起こす。これも二体の位相空間とエネルギー、運動量保存則を利用し計算する。

(7) では最終結果を得る為に実験室系にローレンツ変換して実験室系での 2γ のデータを得る。そして全データをファイルに格納し、シミュレーションの部分を終了する。シミュレーションと解析は分けて行なう事にする。

最後に (8) でファイルから各情報を使用して様々な物理量を計算し、解析結果を得る。

ここで $\gamma\mathrm{p} \rightarrow \pi^0\mathrm{p}$ 事象、もしくは $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ 事象を位相空間にそって発生させる方法を考える。
位相空間の計算では二体散乱事象は、その重心系において等方的に起こると言う結論になった。この結論が、発生する 2 粒子の放出される角度 θ, ϕ をどのように分布させるのか、と言う事について考えていく。

図 3.1 は一般的な 3 次元極座標である。ビームの方向を+z 軸方向に取る。そして ϕ,θ を図のように取る。すると原点 O を中心として半径 r の球面の微小面積 dS は

$$\begin{aligned} dS &= r\ sin\theta\ d\phi\ \times\ r\ d\theta \\ &= r^2\ sin\ \theta\ d\phi\ d\theta \\ &= r^2\ d\phi\ d(cos\theta) \end{aligned}$$

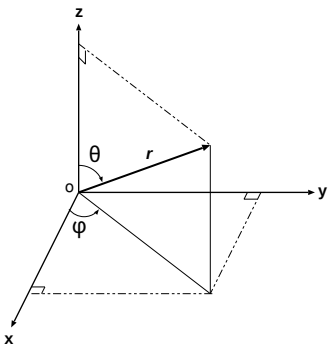


図 3.1: 3 次元極座標

となる。位相空間の結果より、この微小面積上に来る事象は全て同じ確率であるはずである。この事より、ϕ は $0 < \phi < 2\pi$ の範囲で一様に分布し、θ は $0 < \theta < \pi$ の範囲で $cos\theta$ が一様になるように分布すると考えられる。これらをシミュレーションで再現した。この様子を図 3.3 に示す。

このようにして行なったシミュレーション結果を図 3.6, 3.4 に載せる。
図 3.4 は検出器のエネルギー分解能が異なる場合の 2γ 不変質量分布である。2γ 不変質量とは 2γ 系の四元運動量の大きさであり、Lorentz 変換の下で不変な量である。2γ 不変質量分布の分解能について考えてみる。この 2γ 不変質量分解能はエネルギー分解能と位置分解能により決まるものであると考えられる。その理由としては、2γ 不変質量を求める際に必要な情報はエネルギーと位置情報であるからである (式 4.3 参照)。よってエネルギーも位置も無限に精度良く求められるのであれば、その 2γ 不変質量は π^0 中間子の静止質量となる (図 3.4 上)。しかし CsI(pure) のエネルギー分解能を含めたシミュレーションでは 2γ 不変質量分布は図 3.4 下のようにある幅を持って分布する事となる。この幅が CsI(pure) シンチレータを用いて検出した場合の検出性能の上限値となる。この分布を gauss 分布でフィッティングをかけてみると、分布の幅 σ は $\sim 6.2MeV/c^2$ である。

図 3.6 は、上が π^0 中間子からの 2γ のエネルギー分布で、CsI(pure) のエネルギー分解能も検出器のアクセプタンスも考慮していない。また下は検出器のエネルギー分解能が $3\%/\sqrt{E(GeV)}$ と仮定した場合のエネルギー分布であり、検出器のアクセプタンスも考慮している。粒子の放出角度が実際の検出器のある範囲に入っているかどうかでカットをかけて、検出器のアクセプタンスのある場所に入っているのかどうかを判断した。また同一の CsI に γ 線が 2 つ入った場合は、実験のトリガーと同様にデータとはみなさない。また、このエネルギー分解能の値には以前測定された CsI(pure) シンチレータの値をそのまま利用した [1]。このシミュレーションの結果 (図 3.6 の下) より、CsI に入射してくるエネルギーの範囲が大体 $0[\mathrm{MeV}] < E_\gamma < 1000[\mathrm{MeV}]$ である事が分かった。

最後に図 3.5 に 2γ 開口角分布を載せる。このヒストグラムより、15° よりも小さな開口角で 2γ が放出される事は無く、約 20° で事象の頻度はピークとなりそれより大きな開口角の事象は急激に減っていく様子がわかる。

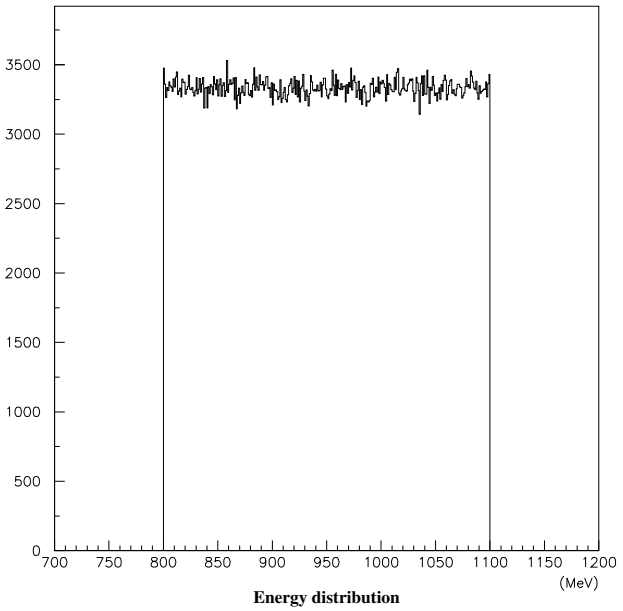


図 3.2: 入射 γ 線のエネルギー一様性: $800[\mathrm{MeV}] < E_\gamma < 1100[\mathrm{MeV}]$

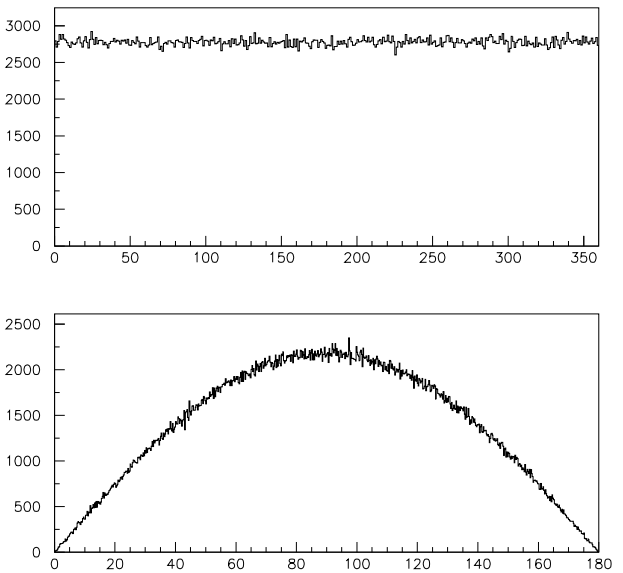


図 3.3:　上 : ϕ *distribution*　　下 : θ *distribution*

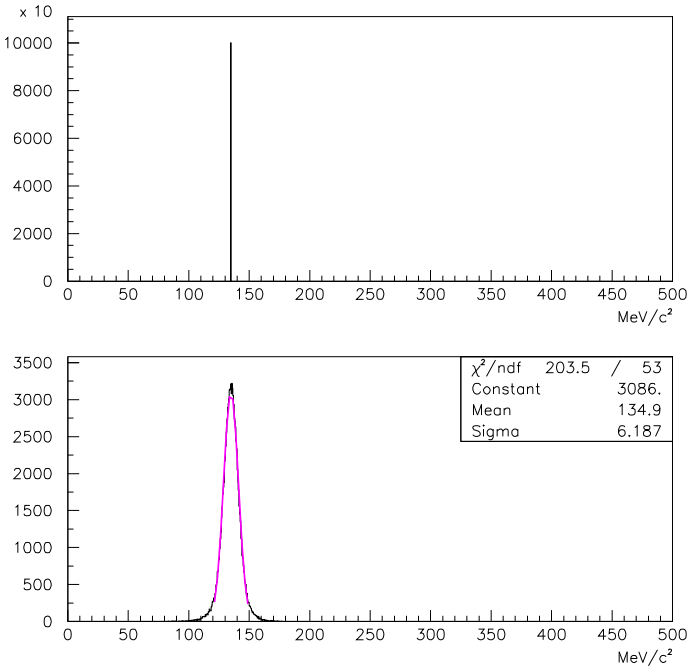


図 3.4:　上：エネルギー分解能が無限に良い場合の不変質量分布
下：エネルギー分解能が $3\%/\sqrt{E}(GeV)$ である場合の不変質量分布

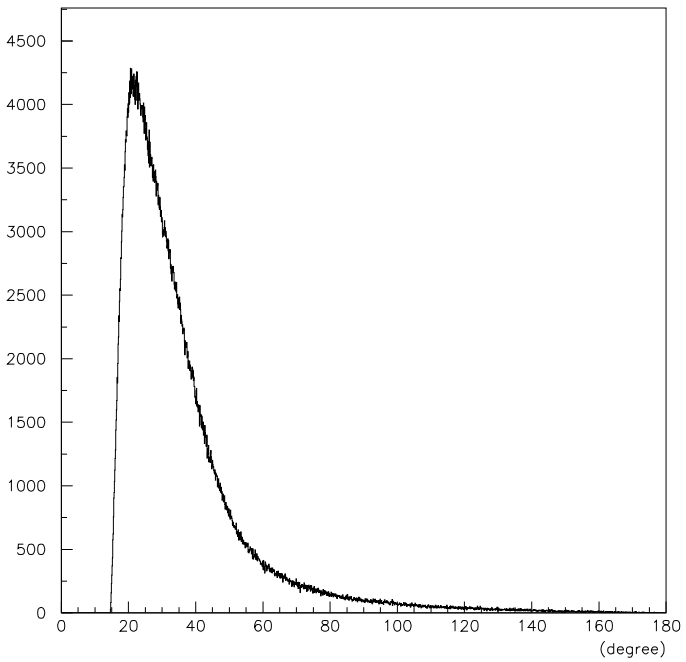


図 3.5: 2γ 開口角分布

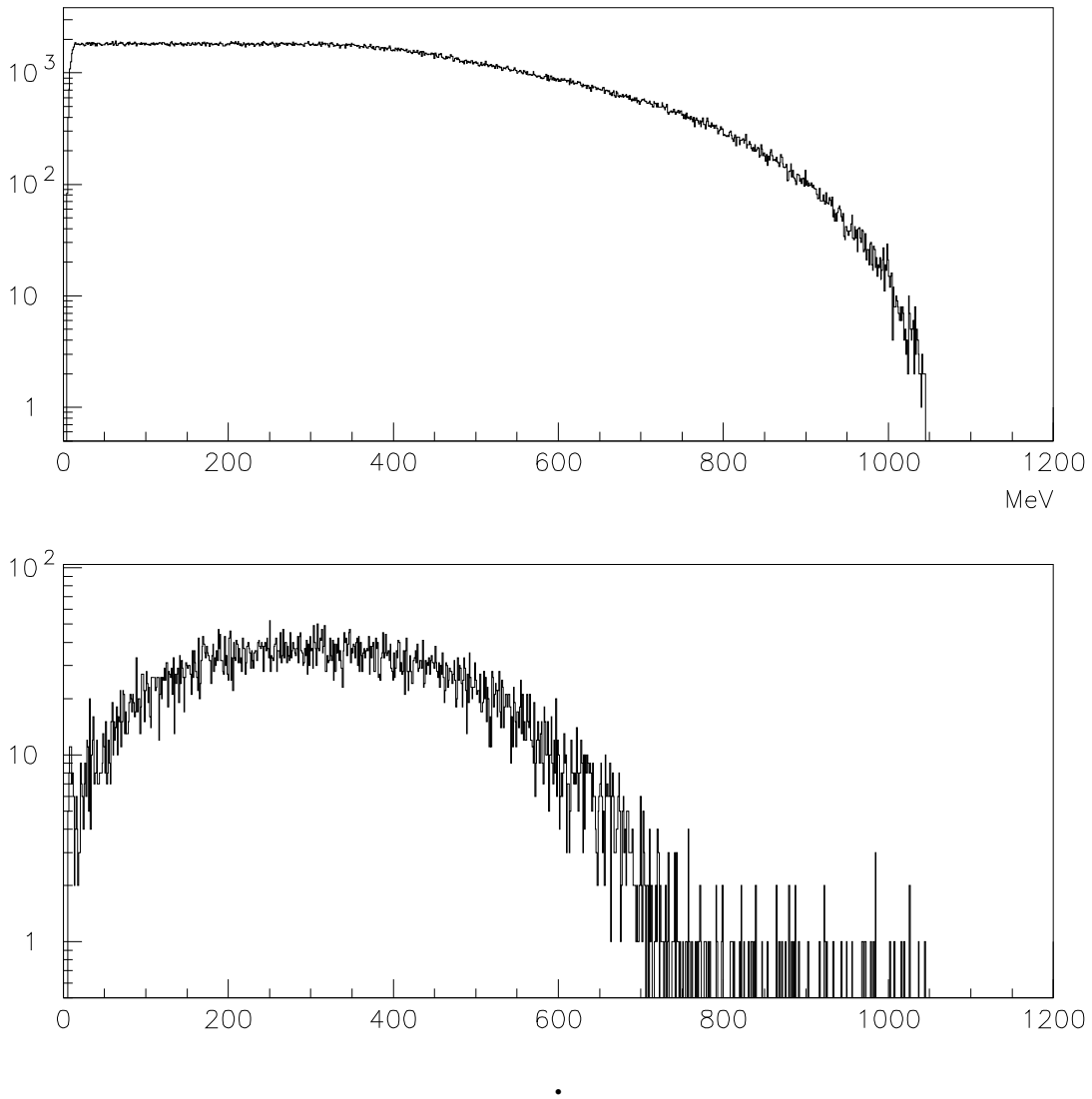


図 3.6:　上 : π^0 からの γ 線のエネルギー分布
下 : π^0 からの $\gamma 1$ 線のエネルギーを実験で使った CsI(pure) シンチレータの
エネルギー分解能 $(3\%/\sqrt{E(GeV)})$ と CsI spectrometer のアクセプタンスを
考慮に入れた場合のエネルギー分布

3.2　三体崩壊

次に $\gamma p \rightarrow \pi^0\pi^0 p$ のように、終状態が三体になるような崩壊を三体崩壊と言う。三体崩壊における位相空間については以下のような結果になる。

$$d^2\rho = \pi^2 dE_1 dE_2 = \pi^2 \frac{p_1 p_2}{E_1 E_2} dp_1 dp_2$$

この結果は、(E_1, E_2) (あるいは (T_1, T_2)) を直交座標軸にとると、その単位面積 $dE_1 dE_2$ (あるいは $dT_1 dT_2$) が位相空間に比例している事を示している。すなわち E_1E_2 平面 (あるいは T_1T_2 平面) に於いて一様なイベント分布は、位相空間にしたがったイベント分布ということである。三体崩壊シミュレーションを行なう際には、この位相空間に従ってイベントを発生させる。

3.2.1　4γ 不変質量分布

$\gamma p \rightarrow \pi^0\pi^0 p$ 事象についてシミュレーションを行い、この $2\pi^0$ からの 4γ を検出した時の様子を調べる。シミュレーションは $1{,}000{,}000$ イベント行なった。
シミュレーションで行った手続きについては、二体散乱の場合に行った手続きとほぼ同じ手順を踏んで計算する。今回の事象と二体散乱の場合の異なる点は、π^0 中間子が一つ増えた為に $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ の事象を繰り返して計算している事とイベント発生の元となる位相空間だけである。

以下にシミュレーション結果を載せる。まずは検出器の位置、エネルギー分解能を考慮せずに考えてみる。
図 3.7 に π^0 中間子からの γ 線のエネルギー分布を示す。分布を見るとエネルギーの最大値が二体散乱からの γ 線のエネルギー最大値の半分程度となっている。この事から、三体崩壊で得られた π^0 中間子からの γ 線のエネルギーは二体散乱で得られた γ 線のエネルギーよりも低い傾向にあると考えられる。これは二体散乱の場合よりも一体分多く粒子を生成している為に運動エネルギーとして利用出来るエネルギーが少ない事が原因であると考えられる。

また、図 3.8 には $2\pi^0$ からの 4γ の中から 2γ の組合せを選び出して不変質量を組んだ場合のヒストグラムである。同じ π^0 中間子からの γ 線で不変質量を組んだ場合には、その値は元の π^0 中間子の質量となる。しかし異なる π^0 中間子からの γ 線で不変質量を組むと幅の広い山なりの分布を形成する。つまり、この場合の 2γ 不変質量の値は π^0 中間子の質量とは異なる。実験のデータ解析で $\mathrm{single}\ \pi^0$ 事象をからの 2γ を解析する際には、$2\pi^0$ からの 4γ と $\mathrm{single}\ \pi^0$ 事象からの 2γ は区別出来ない無い為に、$2\pi^0$ からの 4γ 事象がバックグラウンド事象として入ってくると考えられる。

そして各 γ 線の組合せ毎の開口角分布を図 3.9 に示す。二体散乱の場合に得られる分布よりもピークの位置が角度が大きい方へシフトしている。これは共鳴状態から放出される π^0 中間子のエネルギーが二体散乱に比べて低い為に起こる。

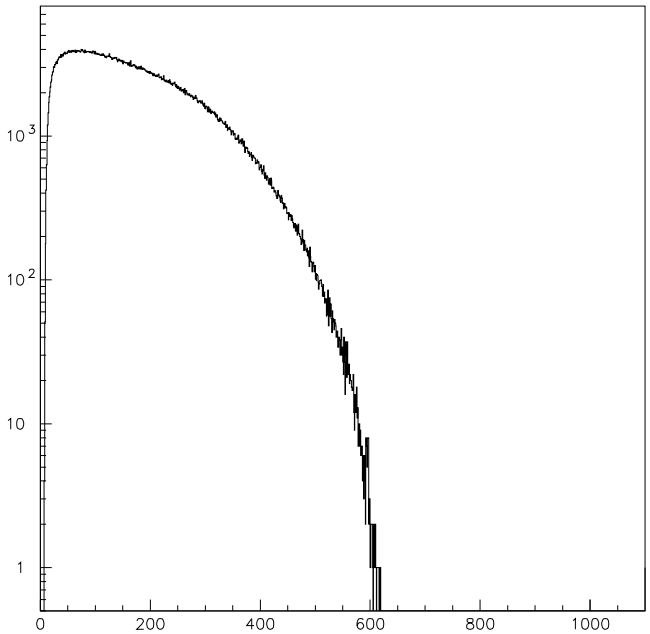


図 3.7:　$2\pi^0$ からの 4γ のエネルギー分布

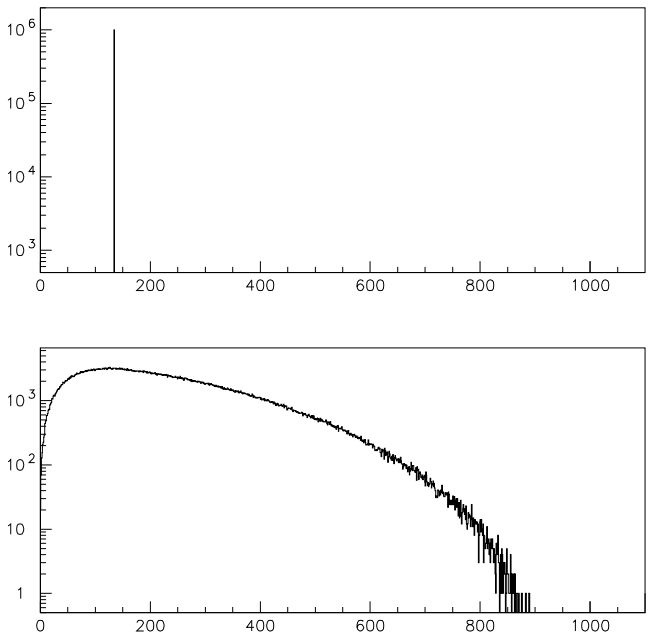


図 3.8:　上 : 同一の π^0 からの 2γ による不変質量分布
下 : 異なる π^0 からの 2γ による不変質量分布

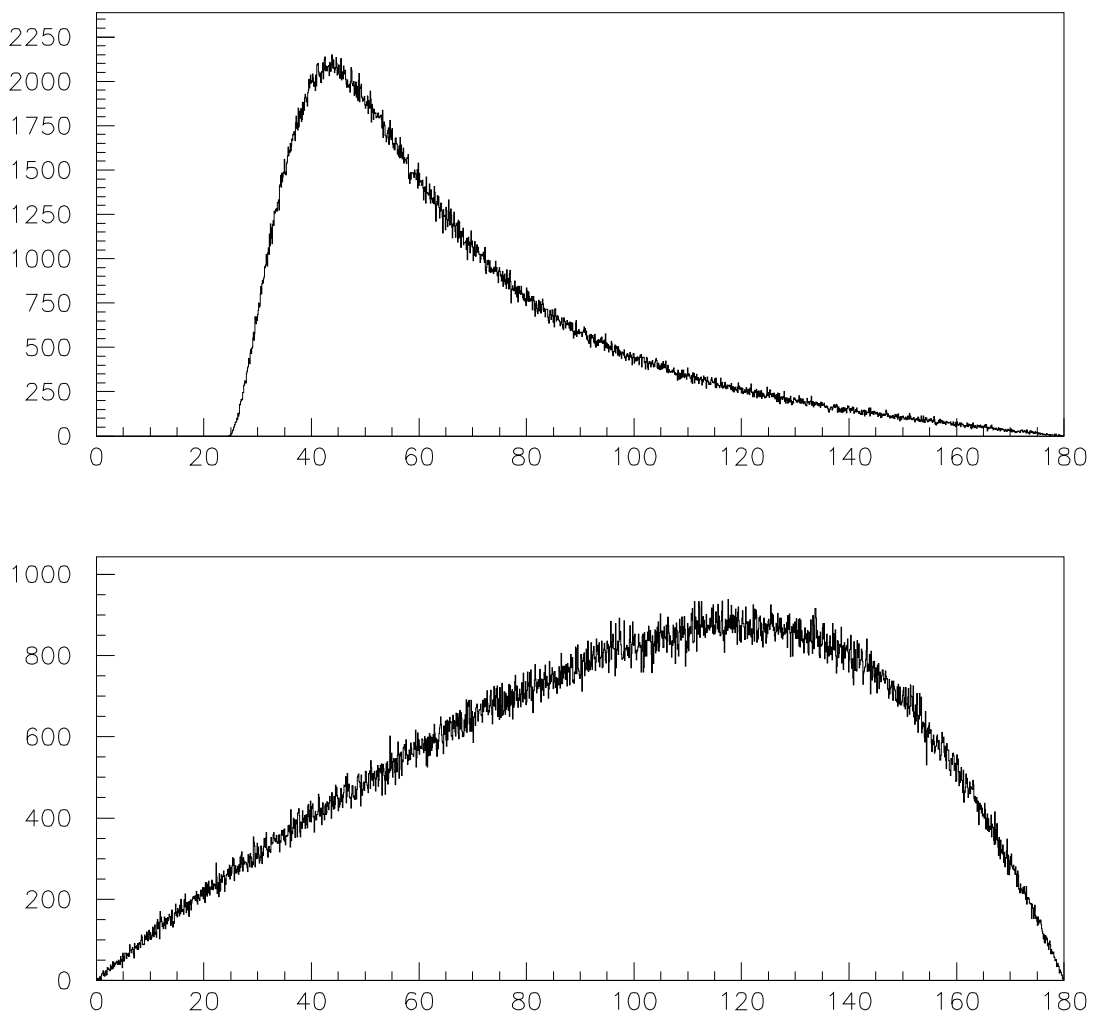


図 3.9:　上 : 同一の π^0 からの 2γ による開口角分布
下 : 異なる π^0 からの 2γ による開口角分布

次にエネルギー分解能や検出器のアクセプタンスを考慮に入れて計算した結果を示していく。ここでエネルギー分解能と検出器のアクセプタンスは二体散乱の場合と同じ値を使用する。

まずはこのセットアップでの検出器のアクセプタンスも考慮に入れて計算した結果を示していく。シミュレーションにおいてアクセプタンスを考慮する方法としては、γ 線の放出角度が検出器のある範囲であるかどうかで判断する方法をとる。図 3.10 は γ 線がアクセプタンスのある範囲に入った数をヒストグラムにして表したものである。γ 線の数が多くなればなるほど、事象の数は急激に減ってきている様子が分かる。

次にエネルギー分解能のみを考慮に入れる。
図 3.11 には各 γ 線のエネルギー分布を、そして図 3.12 には 2γ 不変質量分布を示す。不変質量分布は不変質量を同一の π^0 中間子からの 2γ で組んだ場合と、異なる π^0 中間子からの 2γ で組んだ場合に分けて示す。このうち、同一の π^0 中間子からの 2γ で組んだ方については二体散乱の場合と同様に gauss 分布であると仮定して fitting をかけてその幅を σ で評価する。この時の σ の値は約 $8.7[MeV/c^2]$ となる。この値は二体散乱から得られた 2γ 不変質量分布の分解能よりも $2[MeV/c^2]$ ほど大きな値である。このように不変質量分解能が悪くなった原因としては、γ 線のエネルギーが低くなった事が挙げられる。CsI(pure) 検出器のエネルギー分解能は $3\%/\sqrt{E(GeV)}$ である。つまりエネルギーが高い程その分解能は良くなる傾向にあり、γ 線のエネルギーが低くなるとその分解能は悪くなり、結果として不変質量分解能も悪くなると考えられる。

γ 線の数 [個]	event 数 [event]
0	702784
1	262472
2	33366
3	1365
4	13

表 3.1: アクセプタンスのある範囲に入ってきた γ 線の数

アクセプタンスのある範囲に入った γ 線の数ごとに、得られる 2γ 不変質量分布を解析する。
まず γ 線が 2 つ入ってきた場合の 2γ 不変質量分布、図 3.13 を示す。$135[MeV/c^2]$ 付近にあるピークは single π^0 からの 2γ による起因するものであり、残りの部分は異なる π^0 中間子からの γ 線で組まれた 2γ 不変質量によるものである。シミュレーションは 1000000 イベント行なっているのに対して、実際に CsI spectrometer のある範囲に入ってくる 2γ 事象は 33366 イベントしかなく、検出効率にして 3.34%である。
次に γ 線が 3 つ入ってきた場合の 2γ 不変質量分布を図 3.14 に示す。γ 線 3 つの中から 2 つ選んで 2γ 不変質量を組んでいる為に、3 つの組合せが考えられる。しかし、それらの γ 線は互いに区別される事は無いのでこれらを足し合わせて一つのヒストグラムにした。

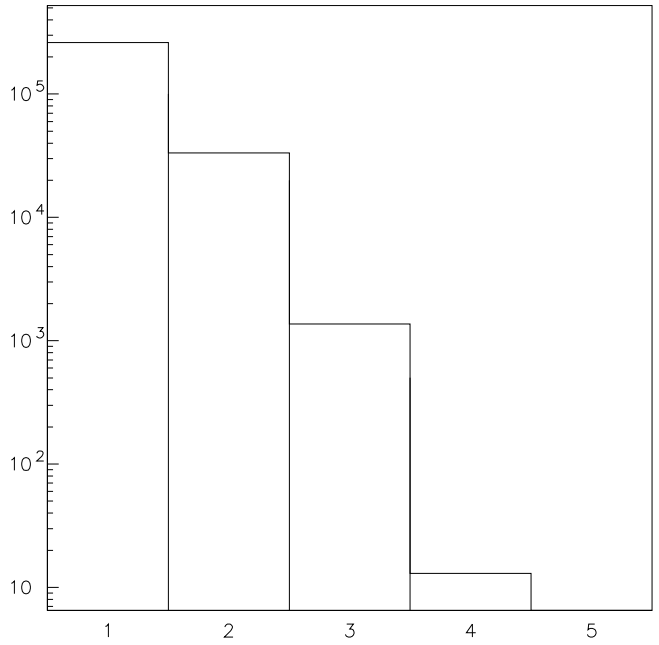


図 3.10: アクセプタンス範囲内に入った γ 線の数

その為、イベント数は、実際のデータ数の 3 倍になっている。$135[MeV/c^2]$ 付近のピークは、同一の π^0 中間子からの 2γ で組まれたものに起因するピークであると考えられる。3γ の検出効率は 0.137% である。また 4γ が同時に検出器のアクセプタンスのある範囲に入ってくる事象は非常に少なくなくなっている。その様子を図 3.15 に示す。 4γ の検出効率は 0.00013% である。また、3γ の場合と同様の理由で、ヒストグラムのイベント数は 6 倍になっている。

このように、複数の γ 線を同時に捕らえるのが非常に困難になった理由としては、2γ の開口角が大きくなった為に検出器の配置してある場所に発生した 2γ が入る事が難しくなった為であると考えられる。

以上シミュレーション結果より、$2\pi^0$ からの 4γ 事象は各 γ 線のエネルギーが低い為にエネルギーを精度良く検出出来ない事や、今回の CsI spectrometer の配置が γ 線の放出方向とうまく合っていない為に複数の γ 線を同時に検出するのは非常に難しいと言える。

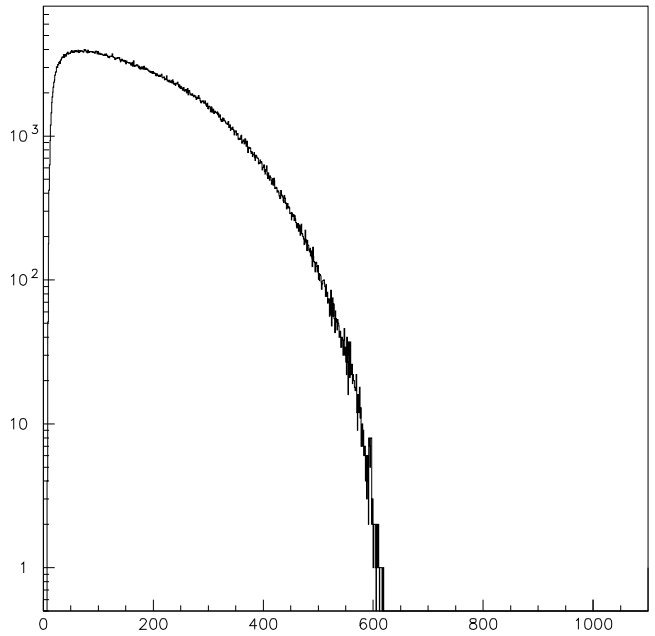


図 3.11:　$2\pi^0$ からの 4γ のエネルギー分布 (ΔE=3%/$\sqrt{E(GeV)}$)

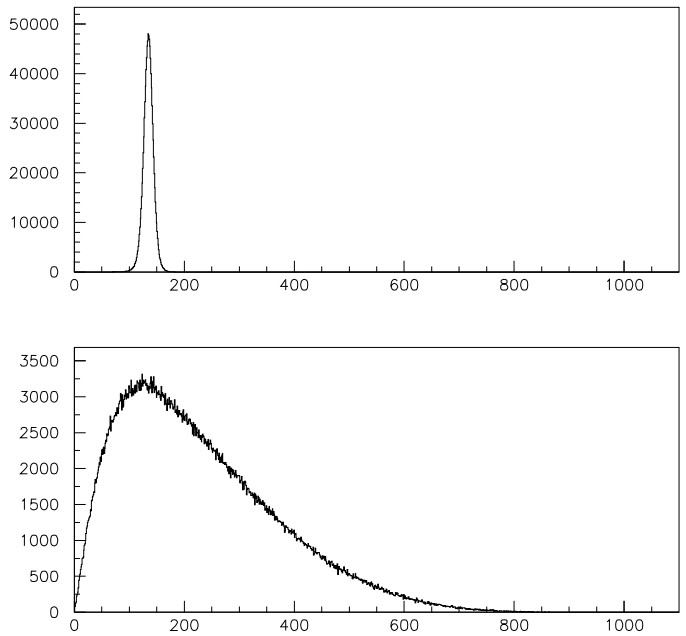


図 3.12:　上 : 同一の π^0 からの 2γ による不変質量分布 (ΔE=3%/$\sqrt{E(GeV)}$)
下 : 異なるの π^0 からの 2γ による不変質量分布 (ΔE=3%/$\sqrt{E(GeV)}$)

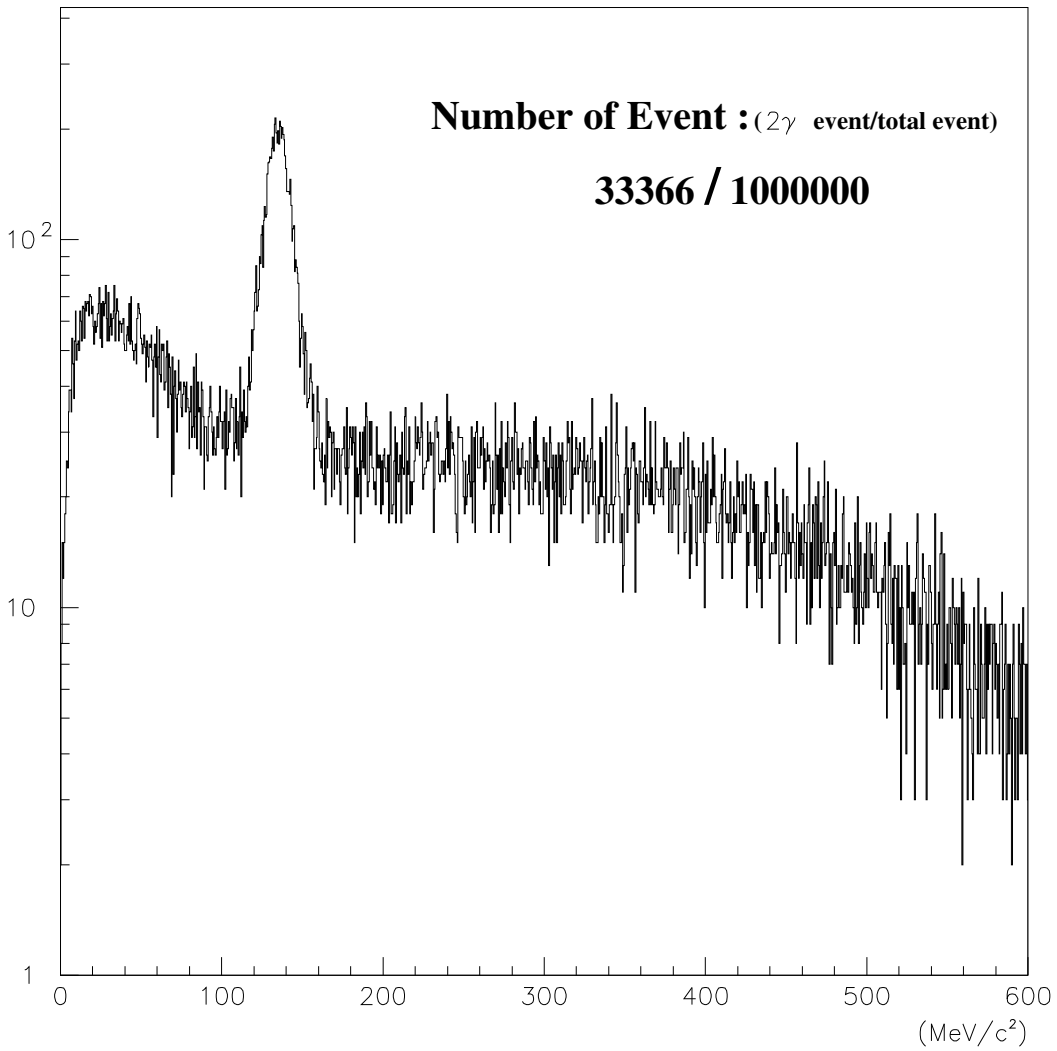


図 3.13: アクセプタンスのある箇所に 2γ が入射してきた 時の 2γ 不変質量分布

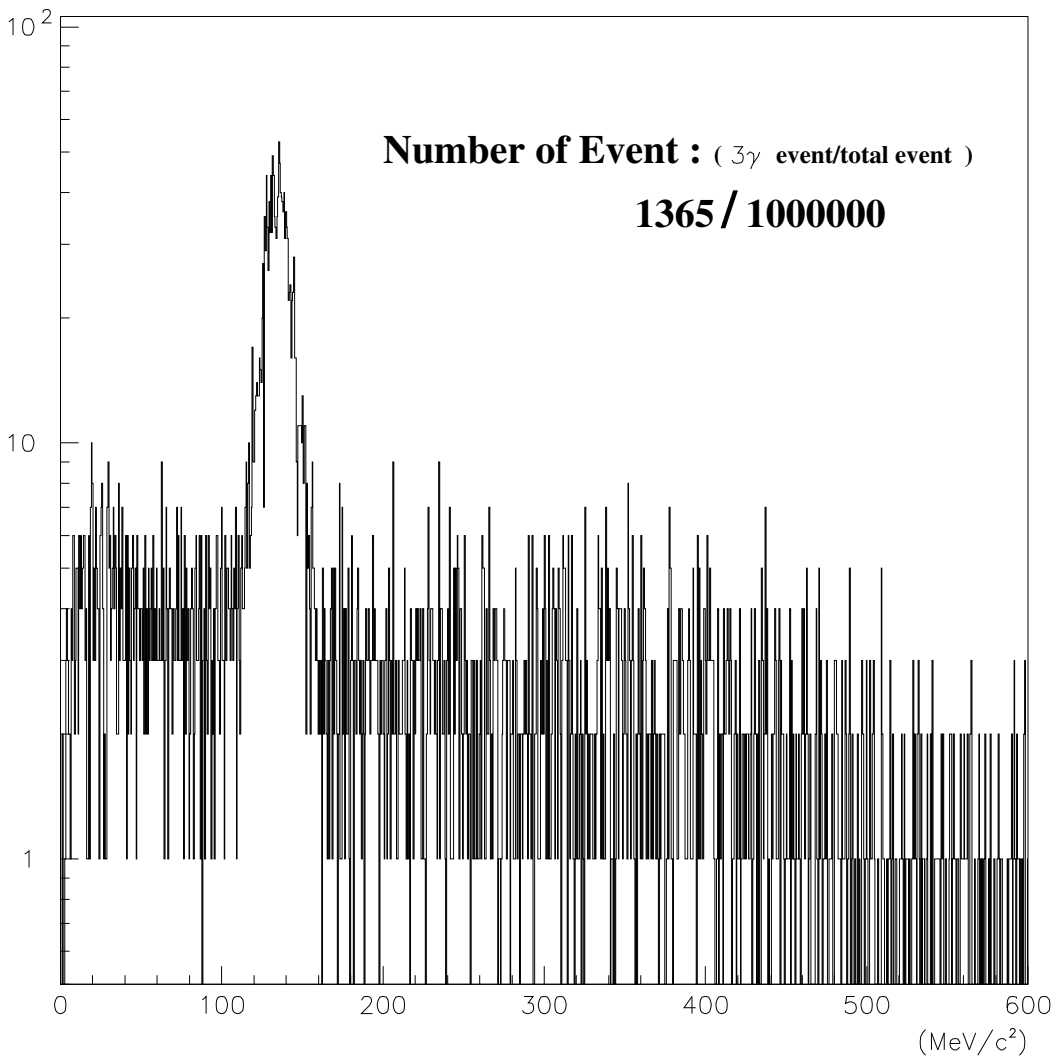


図 3.14: アクセプタンスのある箇所に 3γ が入射してきた 時の 2γ 不変質量分布

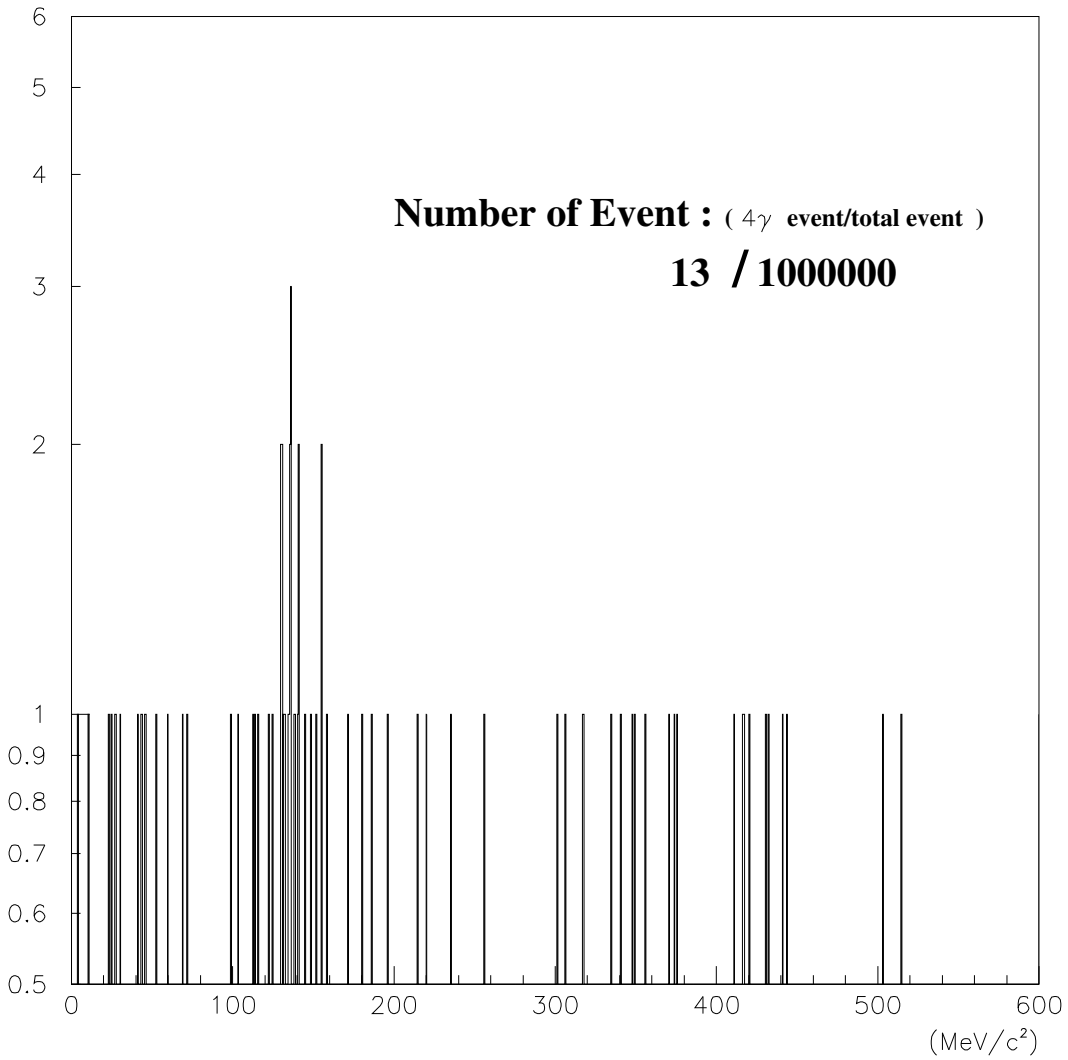


図 3.15: アクセプタンスのある箇所に 3γ が入射してきた 時の 2γ 不変質量分布

3.2.2　Dalitz plot

図 3.16 は三体崩壊を模式的に表したものである。

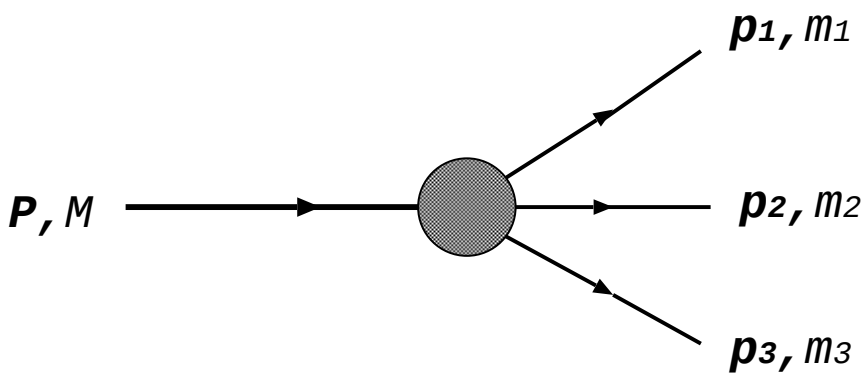


図 3.16: 三体崩壊

この三体崩壊において、p_{ij} と m_{ij} と言う量を定義する。

$$p_{ij} = p_i + p_j \tag{3.2}$$

$$m_{ij}^2 = p_{ij}^2 \tag{3.3}$$

$$m_{12}^2 + m_{23}^2 + m_{13}^2 = M^2 + m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 \tag{3.4}$$

ただし、$1 \leq i, j \leq 3$ であり、$i \neq j$ である。p_i は i 番目の粒子の 3 元運動量を表し、m_j は j 番目の粒子の不変質量を表す。ここで γp $\rightarrow \pi^0\pi^0$p 事象においては粒子 1,2 を π^0 中間子、粒子 3 を陽子として考える。また $\mathbf{P}, M$ は、3 粒子系の不変質量と 3 元運動量である。この m_{12} を x 軸に,m_{23} を y 軸にして plot したものを三体の終状態の Dalitz plot と呼ぶ。その様子を図 3.17 に示す。

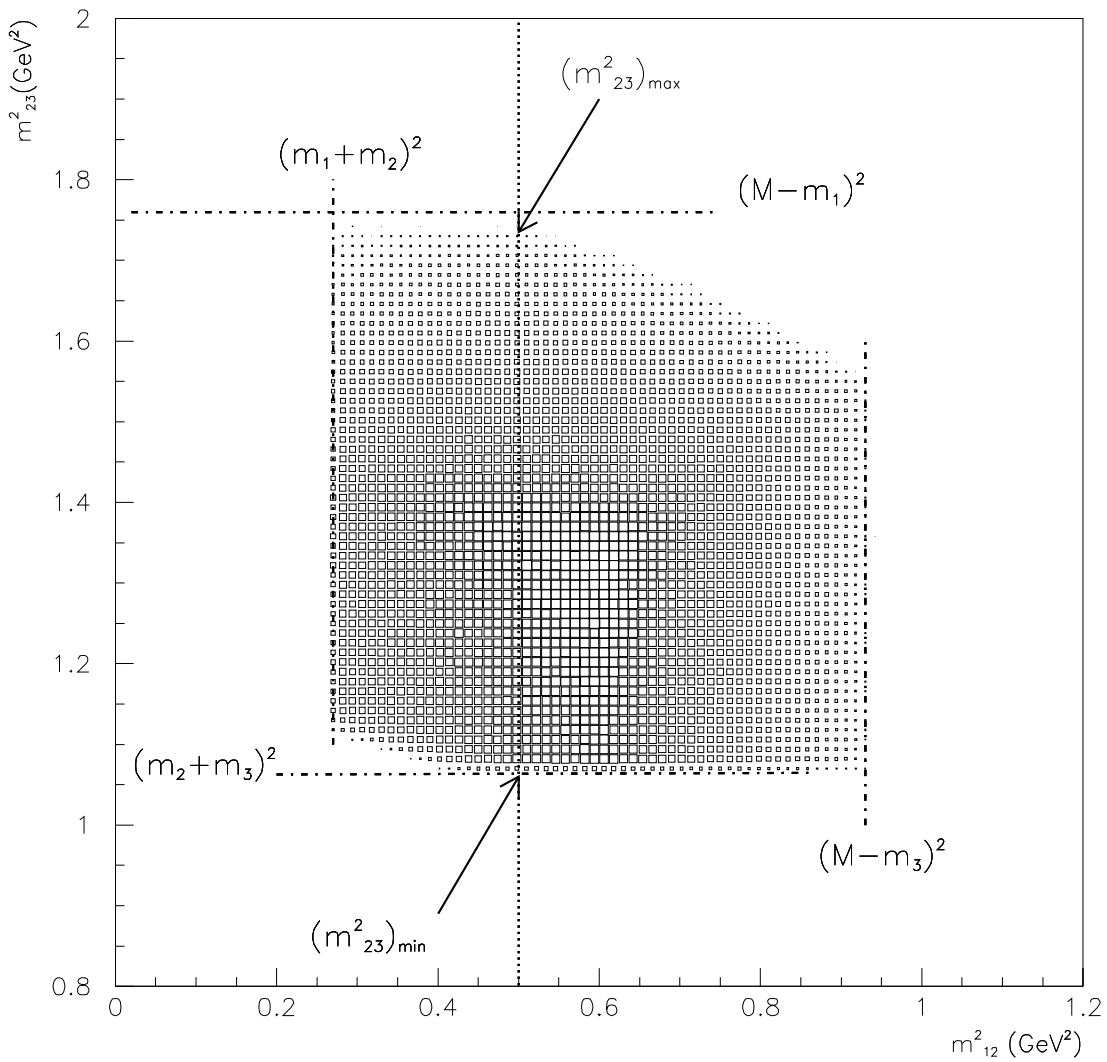


図 3.17: $\gamma p \to \pi^0\pi^0 p$:三体崩壊の終状態に対する Dalitz plot

第4章　データ解析

この章では、実験で得られたデータの解析方法について述べる。

4.1　CsI ADC Calibration

CsI の ADC,TDC スペクトル、そして ADC 信号に TDC 信号でカットを入れた様子を図 4.1 に示す。本来、ADC と TDC には同時に信号がきているはずであるが、他の CsI spectrometer で trigger がかかった場合に偶発的に他の事象からの γ 線が入ってきて、データとして取り込まれてしまう場合がある。ADC 信号に TDC 信号でカットを入れると言うのは、TDC 信号と同時にきている ADC 信号のみを取り出し、それ以外のデータは排除する事である。

さらに、得られた信号が γ 線からのものであると言う確証を得る為に、CsI の ADC 信号に Veto Counter の TDC 信号でカットをかける。詳しく説明する為に、図 4.2 に Veto Counter で得られる TDC スペクトルを載せる。
プラスチックシンチレータは物質量が少ない為に、γ 線とは相互作用しにくい。その性質と荷電粒子はプラスチックシンチレータと相互作用しやすい事を利用して、CsI で起こったエネルギー付与が γ 線によるものなのか荷電粒子によるものなのかを区別する事が出来る。つまり CsI にエネルギー付与があったそのタイミングで対応する Veto Counter の TDC に信号があった場合は、その事象は荷電粒子による事象であるとして、そのデータを破棄する。図 4.2 の false と言う部分が CsI とタイミングがあっている範囲に相当するとみなして、この範囲の信号が来ている CsI の ADC 信号はカットする。

このようにして得られた CsI の ADC 信号を以下の式に従ってエネルギーへと変換する。

$$E_\gamma \quad = \quad (ADC_{channel} \ - \ pedestal_{channel}) * factor$$

ここで $factor$ はエネルギーとチャンネルを変換する為のものであり、宇宙線を用いたキャリブレーションをして得られた値である。

このようにして得られたエネルギーを γ 線のエネルギーとして利用する。γ 線のエネルギー分布を図 4.3 に示す。

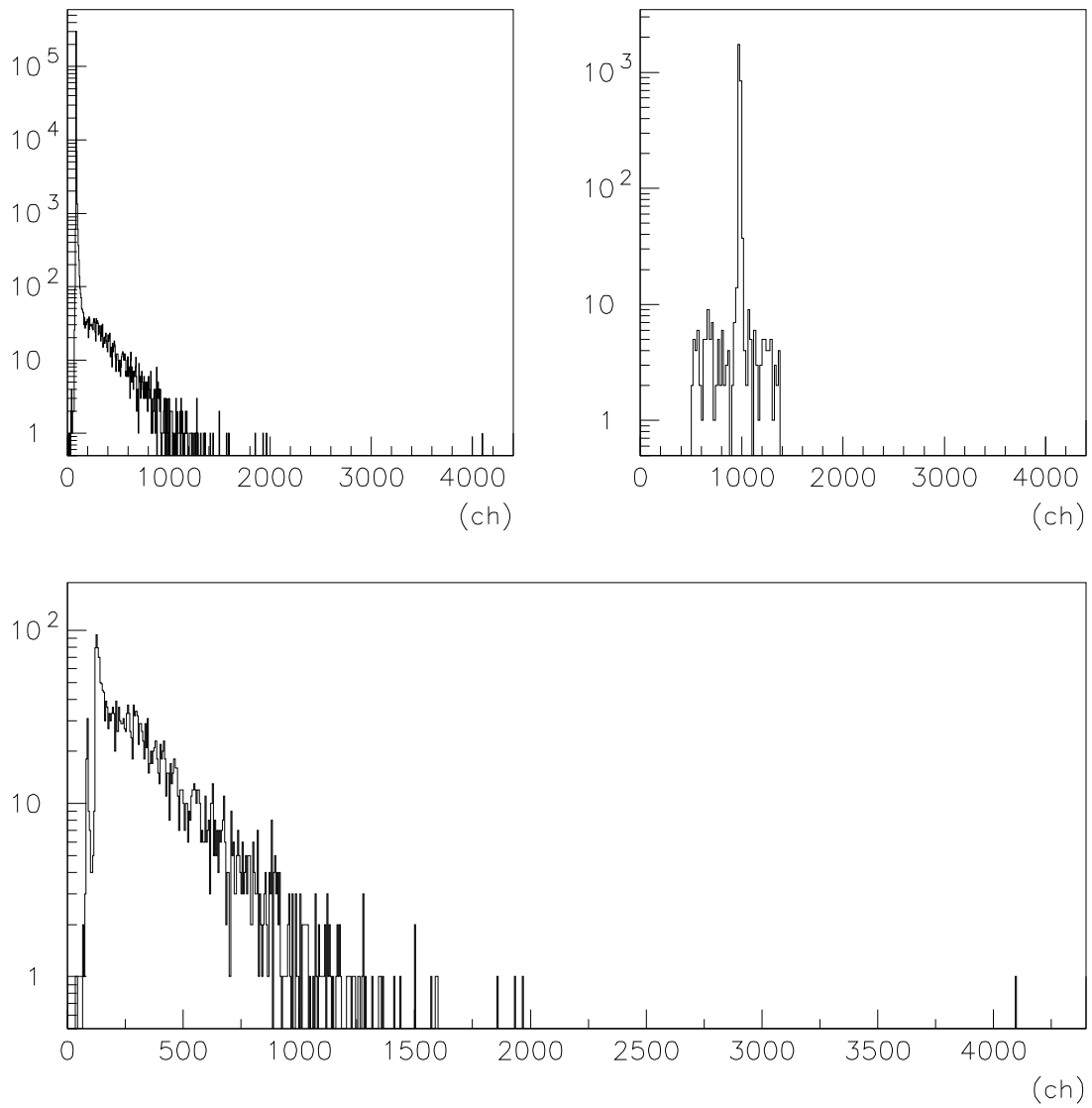


図 4.1: 左上が CsI の ADC スペクトル。右上が TDC スペクトルで、下は TDC でカットをいれた ADC スペクトル

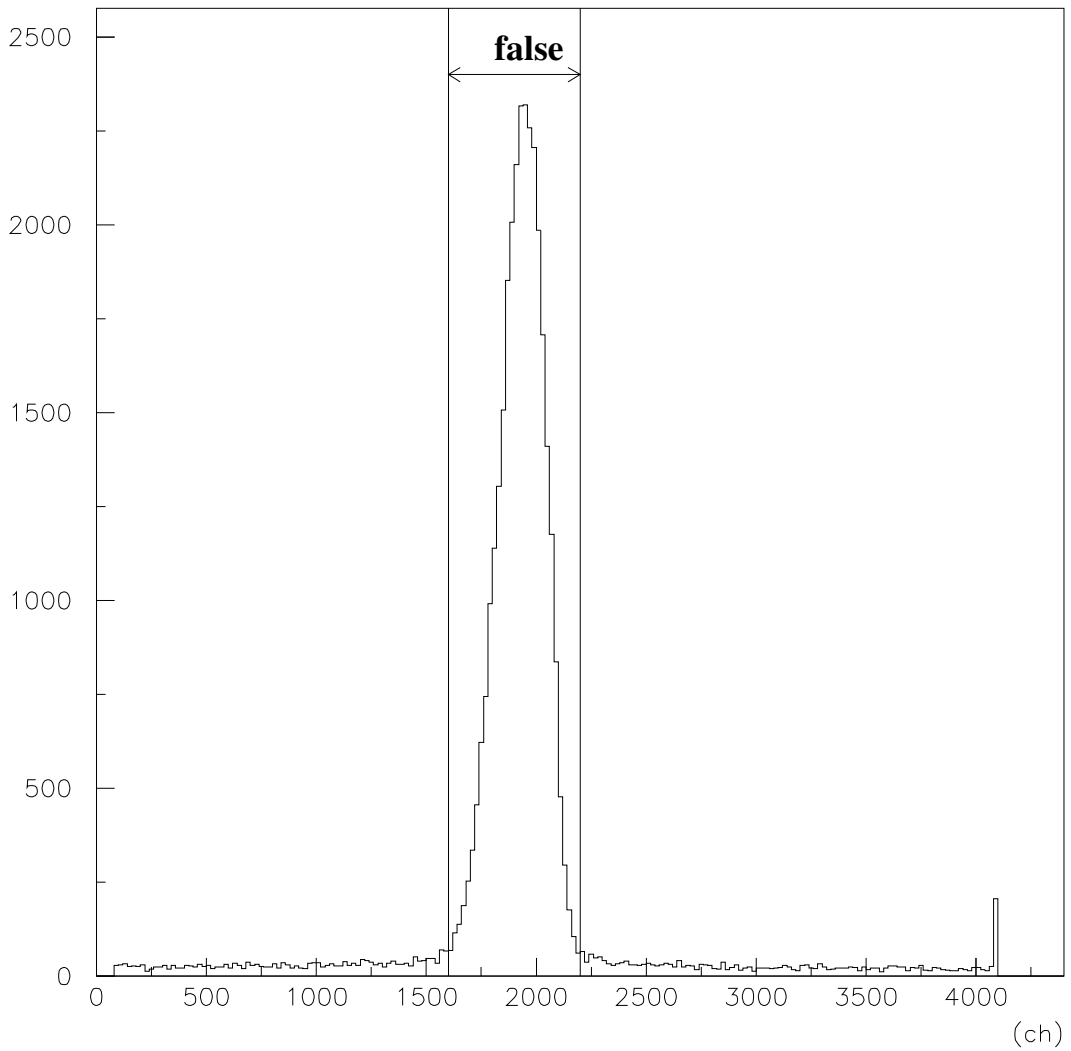


図 4.2: Veto Counter の TDC 分布:線の内側は荷電粒子による事象であり、 さらに CsI にも同じタイミングで信号が来ているデータであるので そのデータを破棄する

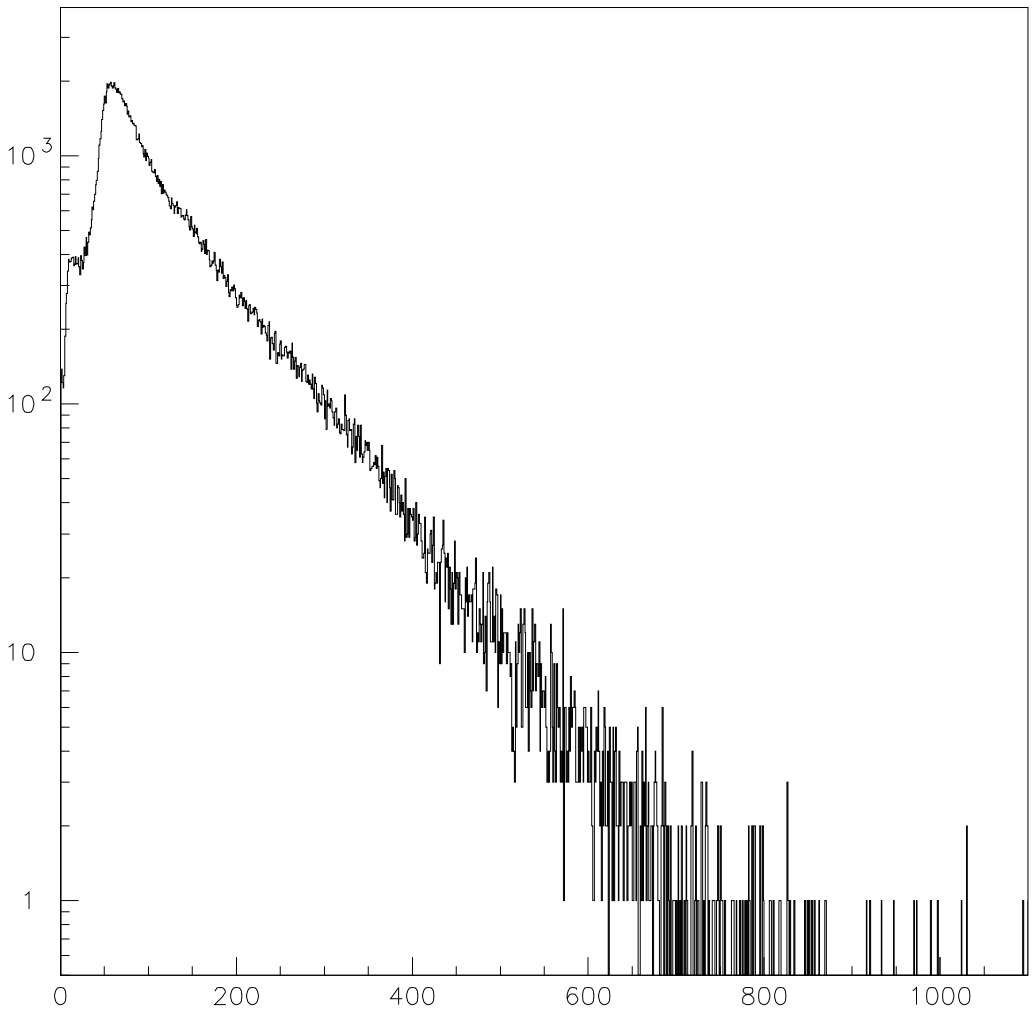


図 4.3: 検出された γ 線のエネルギー分布

4.2　2γ Invariant Mass Analysis

CsI spectrometer で捕らえた 2γ で 2γ 不変質量を計算する。2γ 不変質量分布分解能を解析する事で CsI spectrometer の持つ性能を評価する事が出来る。

4.2.1　2γ 不変質量の組み方

標的より放出される π^0 中間子の同定は $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ event の 2γ に対する Invariant Mass Analysis による。各 γ の CsI への入射位置とエネルギー損失をもとに、γ_1 のエネルギー損失を E_1, 運動量を $\mathbf{p_1}$, 同様に γ_2 のエネルギー損失と運動量を E_2,$\mathbf{p_2}$ とすれば、不変質量 $M_{\gamma\gamma}$ は

$$M_{\gamma\gamma} = \sqrt{(E_1 + E_2)^2 - (\mathbf{p_1} + \mathbf{p_2})^2} \tag{4.1}$$

と言う式で計算される。またここで γ は質量 0 の粒子である為に

$$||\mathbf{p_1}|| = E_1 \quad , \quad ||\mathbf{p_2}|| = E_2 \tag{4.2}$$

ここで γ_1, γ_2 各々の飛跡間の角度 (開口角) を θ_{open} とすれば

$$\begin{aligned} M_{\gamma\gamma} &= \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 - (\mathbf{p_1}^2 + \mathbf{p_2}^2 + \mathbf{2p_1 \cdot p_2})} \\ &= \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 - (\mathbf{p_1}^2 + \mathbf{p_2}^2 + 2p_1p_2\ \cos\theta_{open})} \\ &= \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 - {E_1}^2 - {E_2}^2 - 2E_1E_2\ \cos\theta_{open}} \\ &= \sqrt{2E_1E_2(1 - \cos\theta_{open})} \end{aligned} \tag{4.3}$$

となる。これが 2γ 系の不変質量である。

4.2.2　不変質量分解能

(4.3) 式より 2γ 不変質量は各 γ 線のエネルギーと開口角で決まる。3.1.2 でシミュレートしたとおり、CsI シンチレータの持つエネルギー分解能と、開口角の精度に影響を及ぼす位置分解能により、π^0 中間子から出て来る 2γ を測定している場合、 π^0 中間子の質量付近にピークを持ち分解能の大きさに見合った幅を持って分布する事になる。ここでこの分布はガウス分布であると仮定する。
またバックグラウンド事象もこの中に入ってくる可能性がある。バックグラウンド事象は偶発的に起こる宇宙線などが原因で起こる。電荷を有する粒子が偶然に trigger と coincidence しても Veto counter により排除出来るが、電荷を持たない粒子であると実際のイベント

とは区別が出来ない為、true の事象に加えてこのバックグラウンド事象がイベントとしてデータに入ってくる。ここでは、バックグラウンド事象をエネルギーに体して指数関数分布で分布すると仮定する。実験で得られた 2γ 不変質量分布がこの二つの事象を含むとすれば、ガウス分布と指数関数分布の和で分布にフィッティングをかければ、π^0 中間子からのイベントによる不変質量分布の幅が分かると考えられる。その関数の様子を図 4.4 に示す。

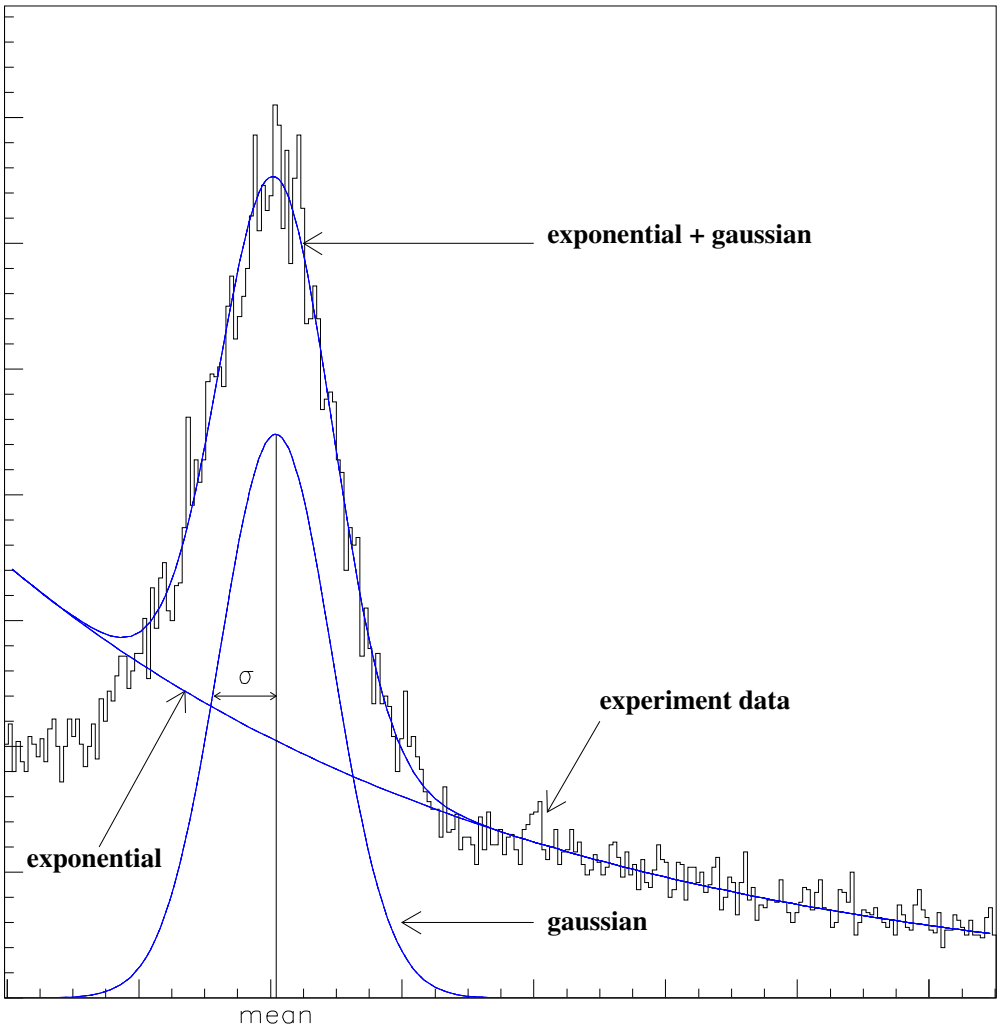


図 4.4: fitting 関数の様子

図の σ は gauss 分布の標準偏差であり、これを不変質量分解能と呼ぶ。この値が小さい程、検出器の精度は良いと言える。

4.3　入射位置の決定

4.3.1　エネルギー重心

まず、入射 γ 線のエネルギーを γ 線を検出した CsI(pure) のみのエネルギーで、そして入射位置を検出した 1 本の CsI(pure) の検出面の中心座標とした時の 2γ 不変質量分布を図 4.5 に示す。

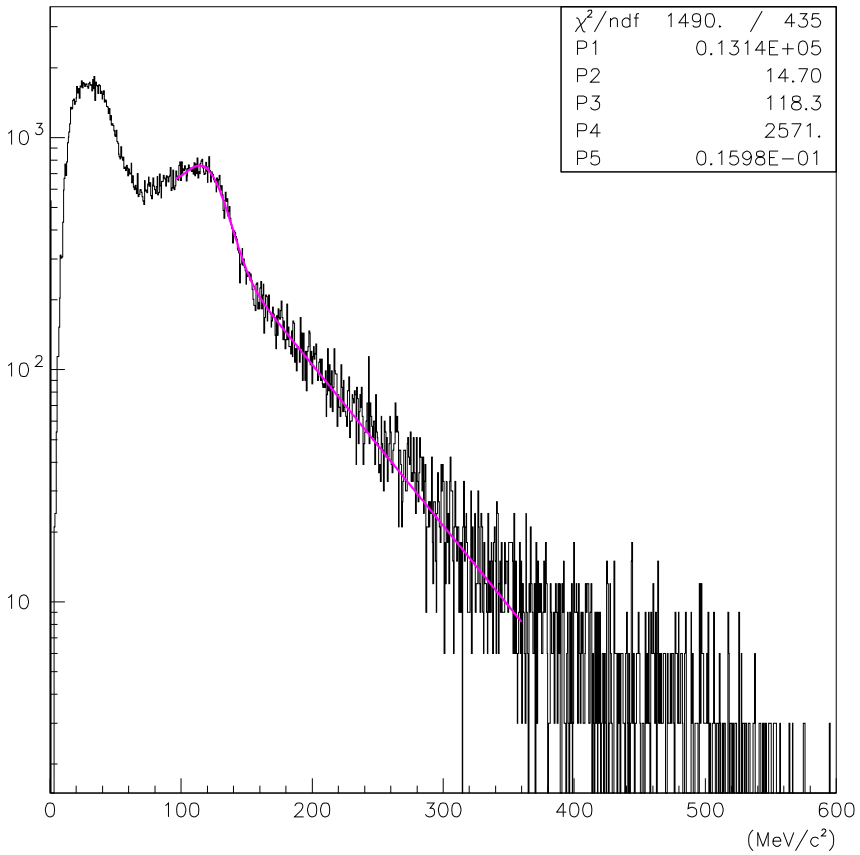


図 4.5: 2γ 不変質量分布:CsI(pure) 一本でエネルギーを 計算し、入射位置は CsI(pure) の前面中心座標で代替した場合

図 4.5 で $135MeV/c^2$ 付近にあるのが π^0 中間子からの 2γ 事象である。しかし、このヒストグラムの 2γ 不変質量分布の分解能を π^0 ピークの σ で判断すると約 $15MeV/c^2$ とあまり良くない。この理由としては、

- 入射 γ 線のエネルギーを正確に与えていない (エネルギー分解能が悪い)
- 入射 γ 線の入射位置を正確に与えていない (位置分解能が悪い)

と言う二つの事が挙げられる。それぞれの理由について考えてみる。

まず上の入射 γ 線のエネルギーを正確に与えていないという事についてであるが、これは γ 線のエネルギーで発生したシンチレーション光が、全て入射した CsI についている光電子増倍管に入るわけではなく、周囲へ洩れ出す為に起きると考える。またそれだけではなく、ビーム自身が他のクリスタルにまで侵入してシンチレーション光を発生させる事も理由の一つにあると考えられる。その為、入射したと考えられる CsI の周囲の CsI で検出されたエネルギーも入射 γ 線のエネルギーとして足し合わせる必要がある。では外側のどこまでを足し合わせるかと言えば、周囲 6 本分である。その外側にもエネルギーが洩れ出している可能性があるが、この外側まで足し合わせると検出器のアクセプタンスが極端に小さくなってしまう。よって一番エネルギー付与の大きかった CsI に γ 線が入射したとして、その周囲 6 本で検出されたエネルギーは中心から洩れだしたものであると考え、入射 γ 線のエネルギーとみなして全ての和を取る事にする。

そして下の入射 γ 線の入射位置を正確に与えていないと言う事について考えてみる。実際に γ 線の入射位置を二次元ヒストグラムで見てみると CsI の中心座標を用いている為に、図 4.6 のように入射位置が離散的になっている。

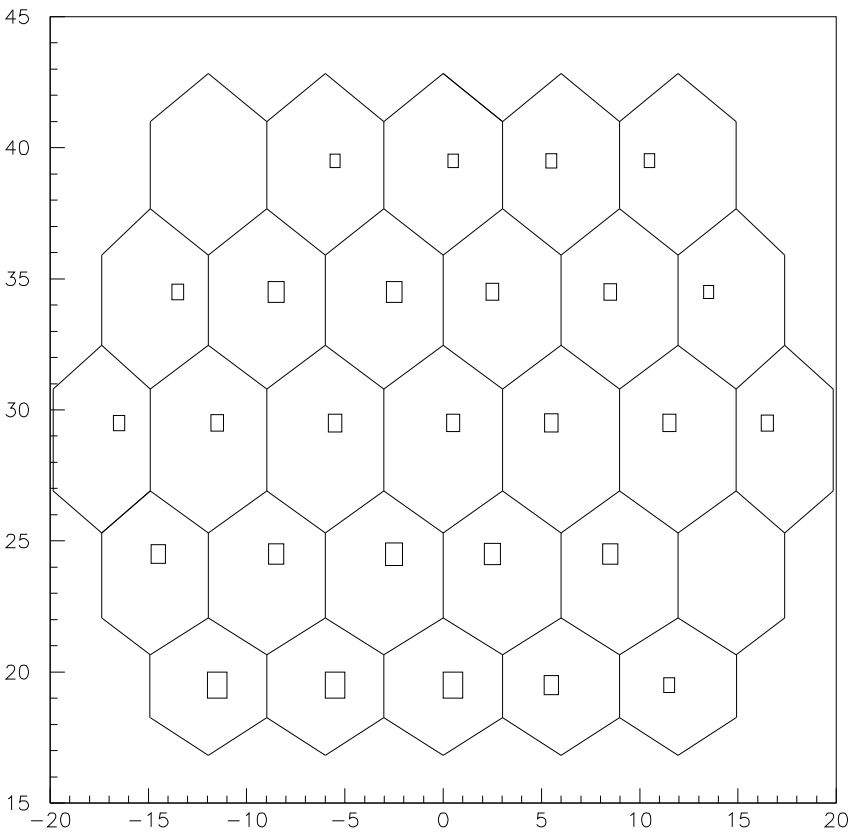


図 4.6: γ 線の入射位置 (CsI の中心座標で代替)

入射位置の情報をさらに詳しく推定する為に、エネルギーを重みとした位置の重心を取る事を考える。エネルギー分解能のところで考えたとおり、γ 線が入射した CsI の周囲にはエネルギーが洩れだしている。この洩れ出す量は γ 線の入射した位置に近い方にある CsI が、より多く洩れ出すと考えるのが自然である。定量的に言うと、周囲に洩れだしたエネルギーを各々の CsI の中心座標にかけて和を取り、それをエネルギーの和で割ったものがエネルギー重心である。式にすると以下のようになる。(図 4.7 参考)

$$< r_i > \quad = \quad \frac{\sum_{j=1}^{7} E_j r_{ij}}{\sum_{j=1}^{7} E_j} \tag{4.4}$$

$$\begin{aligned} r_i &: \mathbf{r} = (r_1, r_2, r_3) = (x, y, z) \quad [i = 1, 2, 3] \\ r_{ij} &: \mathbf{r_j} = (x_j, y_j, z_j) \quad [j = 1 \sim 7] \\ < r_i > &: \mathbf{r} \text{ の } i \text{ 番目の成分のエネルギー重心値} \quad [i = 1, 2, 3] \\ E_j &: \gamma \text{線が } j \text{ 番目の } CsI \text{ に付与したエネルギー} \end{aligned}$$

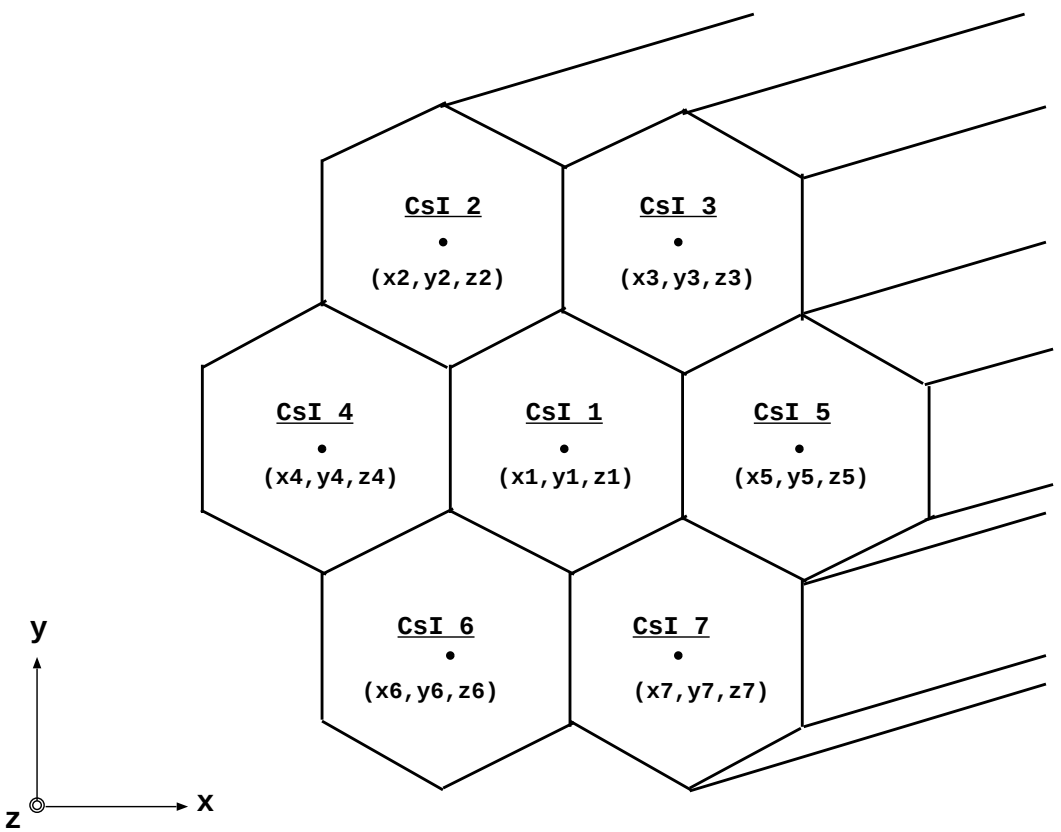


図 4.7: エネルギー重心

このようにして求めた位置を入射位置とみなした場合の 2γ 不変質量分布は図 4.8 のようになる。π^0 ピークの σ が約 $9.98MeV/c^2$ と図 4.5 よりもピークの幅が細くなっており、2γ 不変質量分布の分解能が向上したと考えられる。また $550[MeV/c^2]$ 付近に η 中間子からの 2γ によるものと見られる山も見る事が出来る。これも 2γ 不変質量分布の分解能 (特に位置分解能) が向上した為であると思われる。

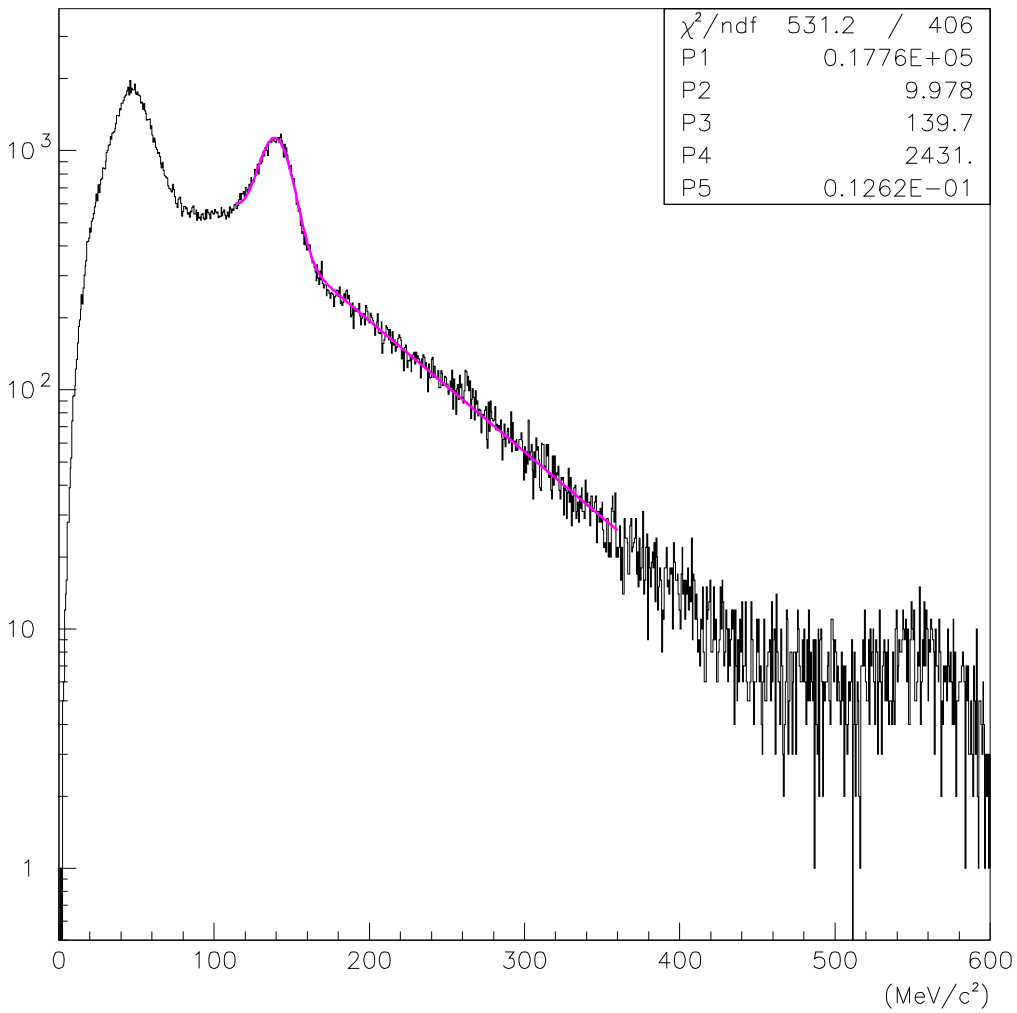


図 4.8: 2γ 不変質量分布:周囲 6 本 CsI のエネルギーを 入射エネルギーとして足し合わせる。 入射位置は周囲に洩れだしたエネルギーで周囲の CsI の中心座標に重みをかけて位置を求めた

また γ 線の入射位置の分布は図 4.9 のようになった。図 4.6 のように離散的になっているのとは異なり、入射位置が CsI(pure) 検出器に連続的に分布している。これよりエネルギー重心により推測される γ 線の入射位置は、CsI(pure) 検出器の各クリスタルの中心を入射位置としたものよりも、実際の入射位置により近い場所を推定出来ていると理解出来る。

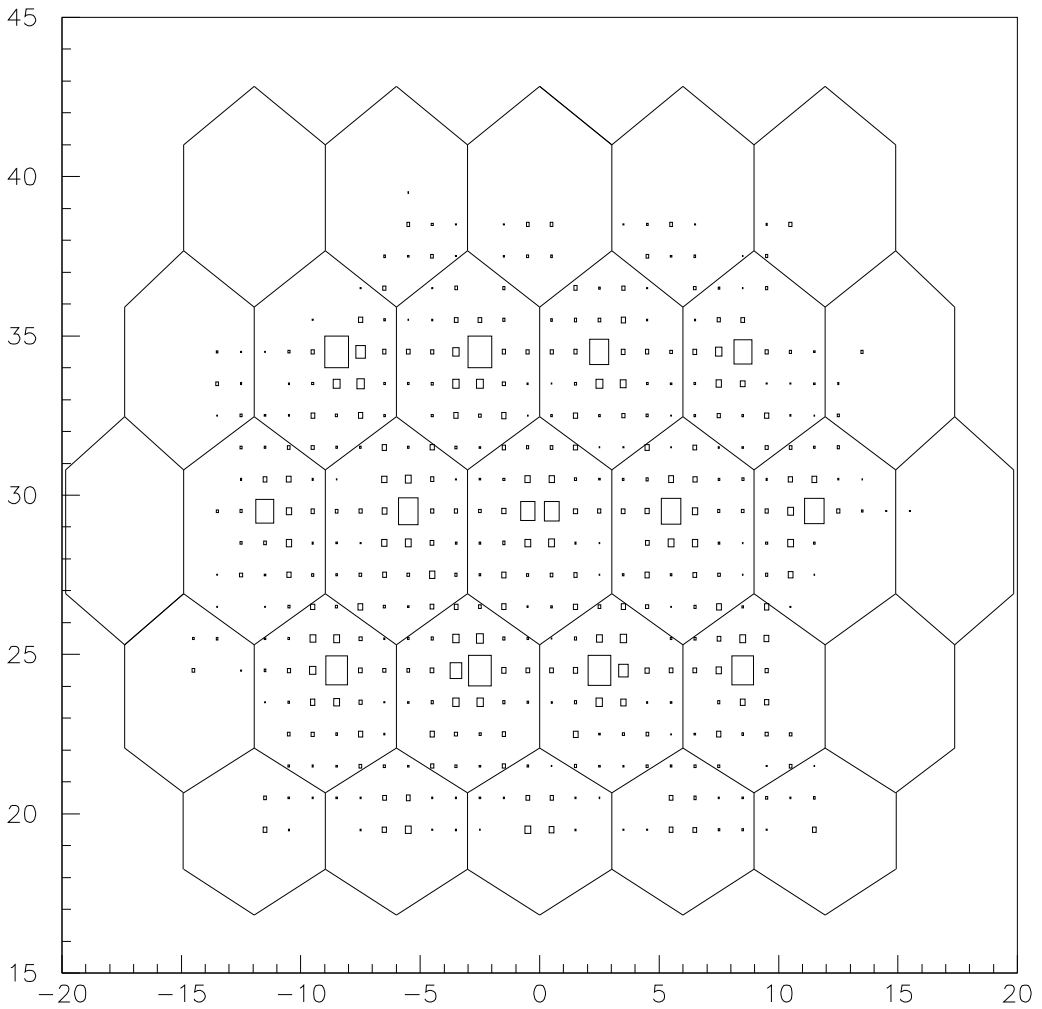


図 4.9: γ 線の入射位置 (周囲に洩れだしたエネルギーで重心を取った)

4.4　Geant4 シミュレーション

図 4.9 を見ると入射位置がクリスタルの中心に偏って分布しているように見える。これはエネルギーを重みとして求めた位置重心が実際の入射位置と異なる為に起こると考えられる。位相空間の計算 (3.1.1 節-21 ページ) によると、二体散乱は衝突点からみた単位立体角あたりの事象の起こりやすさはどの位置に於いても全て等しいとなっている。この観点からすれば、エネルギー重心を用いて推測した γ 線の入射位置は一様に分布するはずであり、このようにクリスタルの中心寄りの分布になるのは正しい結果をまだ再現していないと言える。

4.4.1　入射位置と重心の相関

そこで実際の入射位置とエネルギーを重みとした位置重心の計算より推測される入射位置の相関について調べる。入射位置とエネルギー重心には相関があるはずであり、その相関を利用してエネルギー重心から実際の入射位置を予測する事が出来る。しかし、実験では入射位置を測定するような条件でデータを取っていない。よってこれの代わりとなる方法を考える必要がある。この代わりの方法としてシミュレーションを採用する事にする。その理由としては以下のような事が挙げられる。

- ◇ 実験に近いジオメトリーが再現出来る
- ◇ 相互作用を自由に記述出来る
- ◇ 取りたいデータの取得が容易であり、自由である
- ◇ 拡張したい時にその様々なケースに対応出来る

ここで、ジオメトリーの書き方や相互作用の記述を最初から考えるのは非常に大変な為、シミュレーションツールを利用する事にする。シミュレーションツールとしては Geant4 シミュレーション[1] を利用する。Geant4 シミュレーションは相互作用ルーチンの豊富さやジオメトリーの記述の容易さと言う点において、非常に優れているシミュレーションツールである。また、Geant4 は C++言語で書かれており拡張性にも非常に優れている為、今後さらに複雑な計算をする際にも役立つと考えている。

まずシミュレーションを実行する条件を決める。

[1] http://wwwinfo.cern.ch/asd/geant4/geant4.html

▷ ジオメトリー

ジオメトリーは図 4.7 と同様な形状を再現したかったが、六角錐台形の形状を作るのは困難だった為に六角柱でこれの代替をした。その他の部分 (検出面の六角形の一辺の長さやクリスタルの縦の長さなど) は実際の CsI(pure) 検出器と全く同じである。 CsI(pure) 検出器の置かれている実験室には空気が満たされている。また S1 形式の CsI(pure) 検出器と S5 形式の CsI(pure) 検出器では、各辺の長さやクリスタルの配置、また周囲に S5 形式のものにはアルミニウムがあるなど、7 本組全体としての形状は全く違う為に、S1 形式と S5 形式各々を再現するようなジオメトリーを別々に 2 つ作った。

▷ 入射ビーム

入射ビームとしては実験と同様に γ 線を用いる。γ 線のエネルギーは 3.1.2 節でモンテカルロシミュレーションを使って調べた範囲を参考にして $0[\mathrm{MeV}] < E_\gamma < 1000[\mathrm{MeV}]$ の範囲で発生させる。しかし、エネルギー分布の関数は再現出来なかった為に一様乱数を用いてエネルギーを一様に発生させた。エネルギー範囲を超えた事象が起きた場合は実際の事象との食い違いが起きる恐れがあるが、エネルギー分布が異なったとしても実際の事象との食い違いの心配は無いと考えた為に、一様分布でこのエネルギー分布の代替をする事にした。

▷ データ取得

γ 線ビームを、7 本のうちの中心の CsI クリスタルの中心に入射させる。一回の入射毎に各 CsI クリスタルに落したエネルギーと対応する CsI クリスタル番号をデータとして取得する。中心のクリスタルの中心で 1000 イベント取ったら y 方向に+1mm づつずらして同じように γ 線ビームを入射させる。中心クリスタルの+y 方向の端までいったら一度中心まで戻り、今度は中心から y 方向に-1mm づつずらしてデータを取る。これも端までいったら今度は x 方向に+1mm づつずらしてさらにその位置で $\pm$y 方向にずらしていってデータを収集する。+x 方向が中心クリスタルの端までいったら、また中心に戻って-x 方向に 1mm づつ入射位置を変えて同じシミュレーションを行なう。

このシミュレーションは S1 形式と S5 形式の二種類の形状で一度づつ行なう。S1 形式の形状では 1779 点、S5 形式の形状では 3084 点のデータを取得した。

このような条件の下でシミュレーションを行なった。図 4.10∼4.13 に S1 Type の形状で行ったシミュレーションで得られるエネルギー重心から算出された入射位置のヒストグラムを示す。

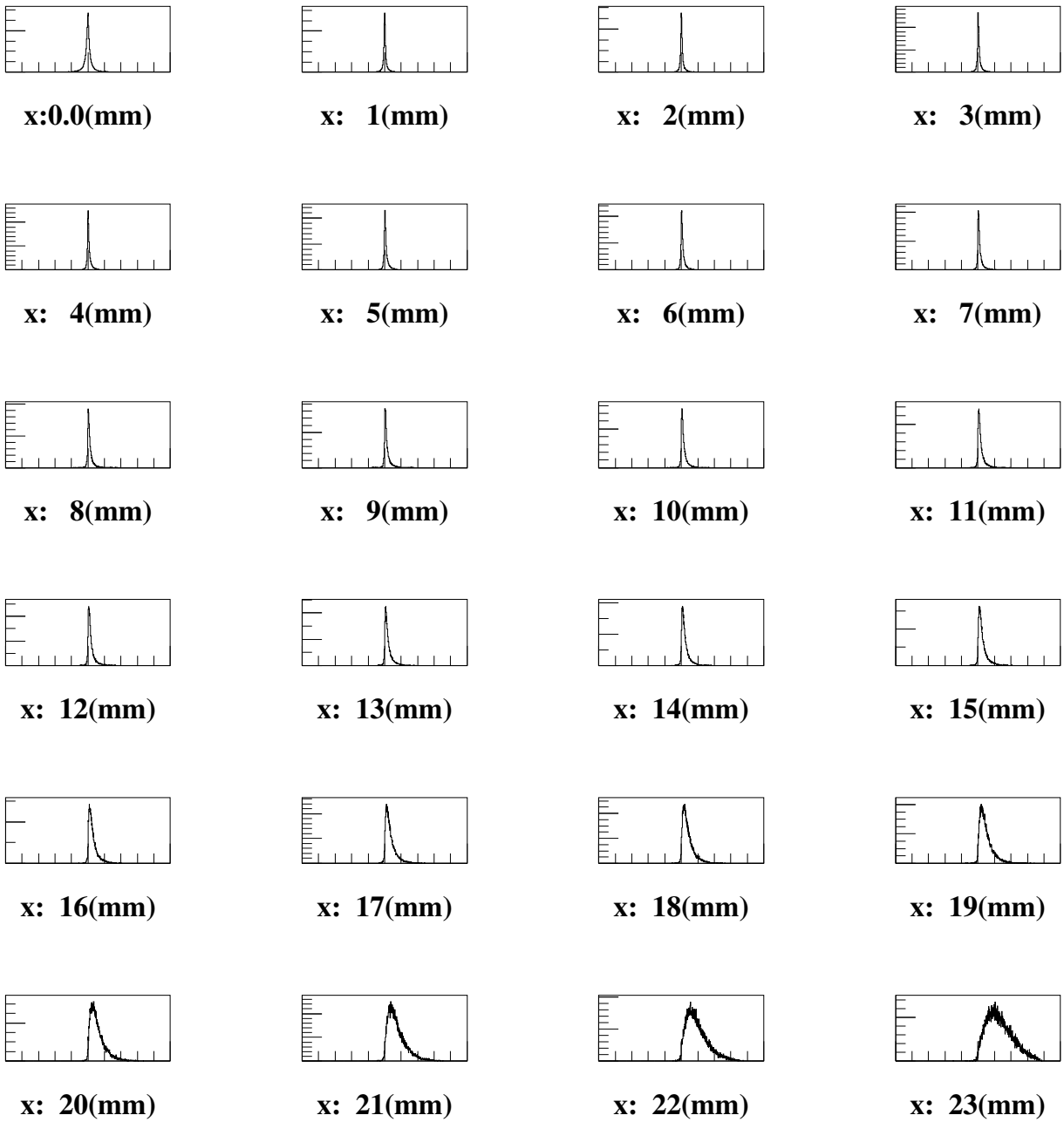


図 4.10: +x 方向のエネルギー位置重心分布

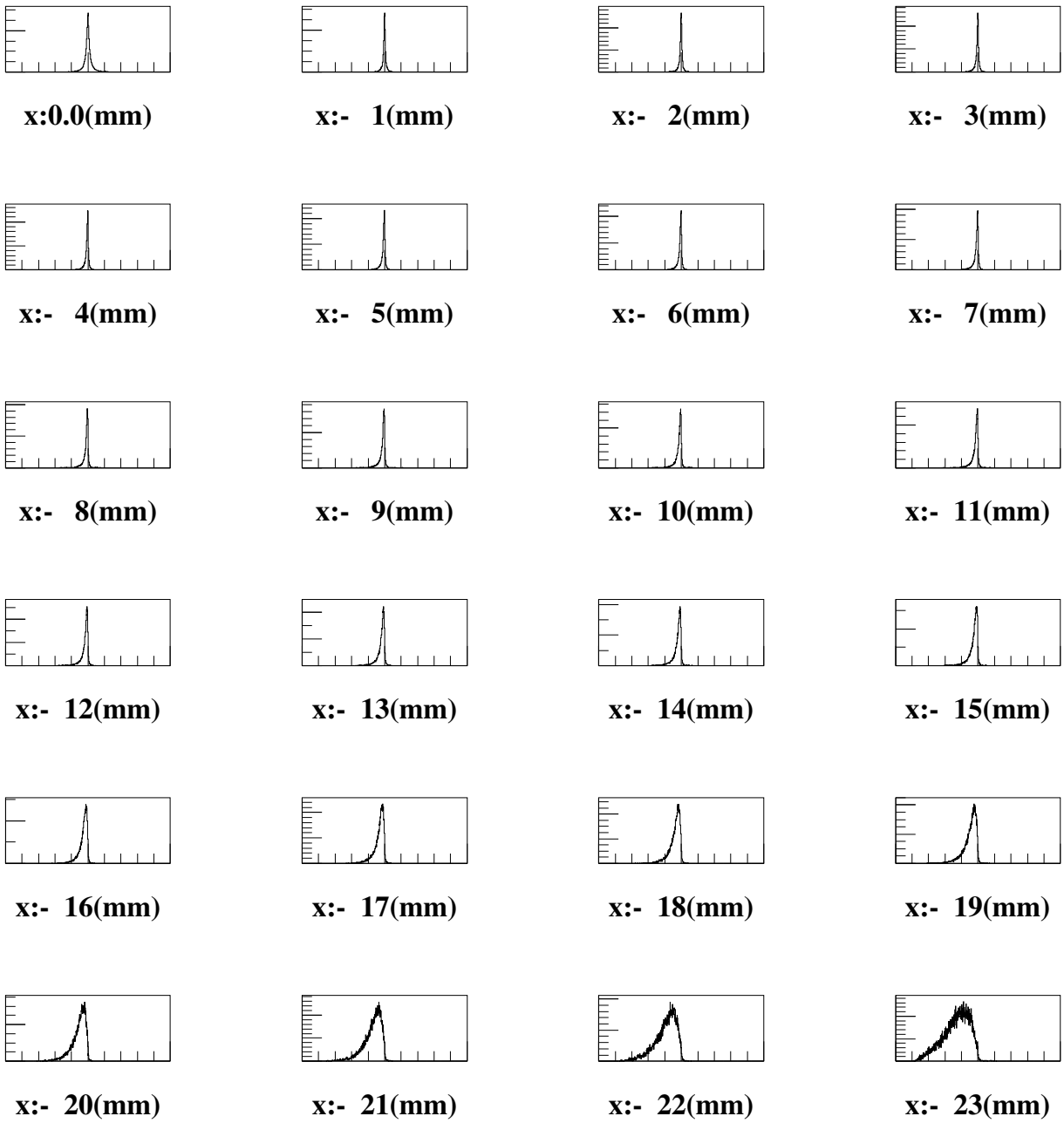


図 4.11: -x 方向のエネルギー位置重心分布

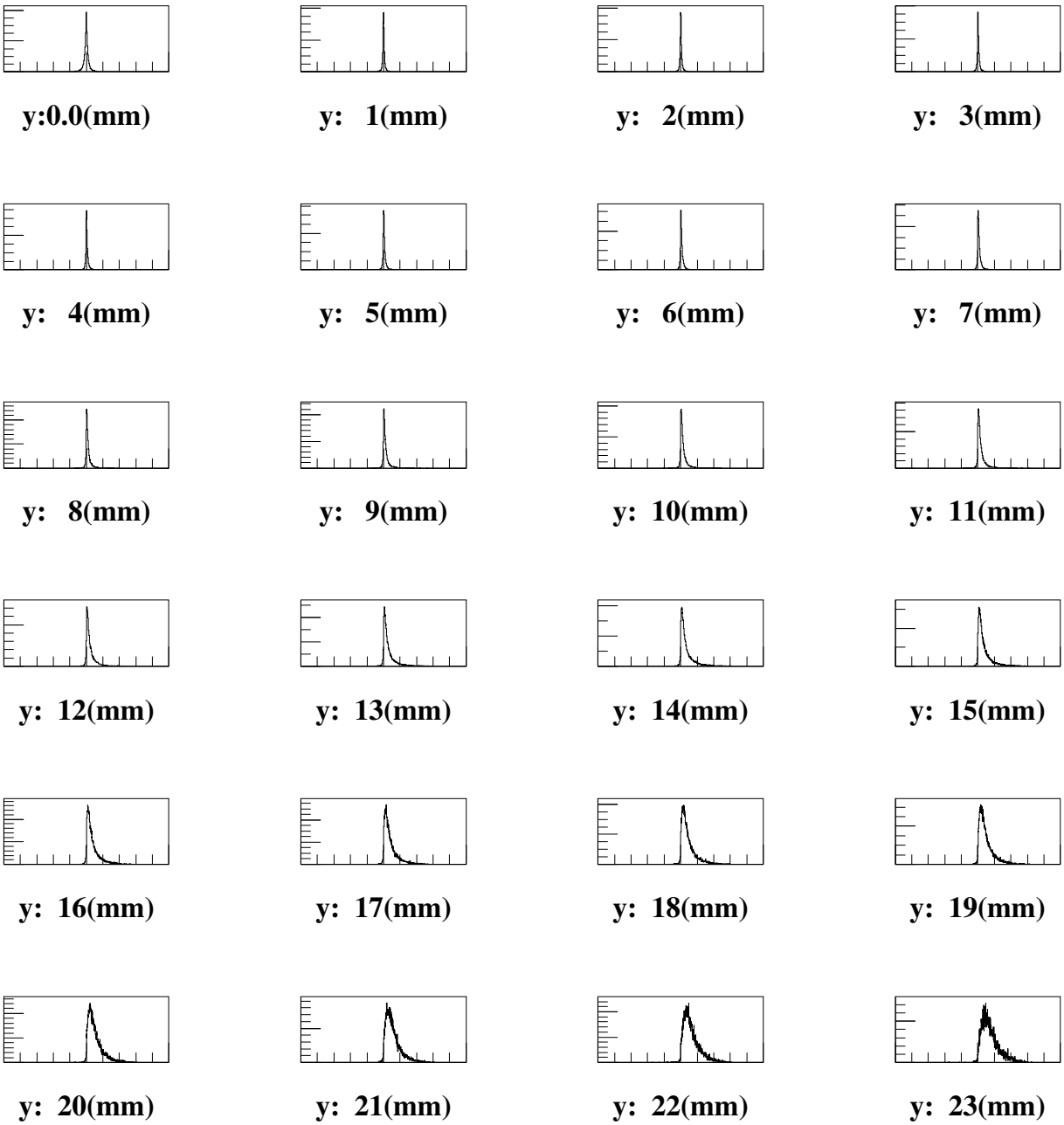
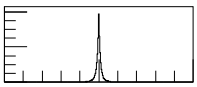
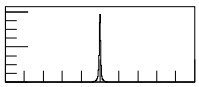
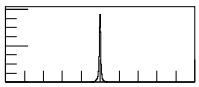
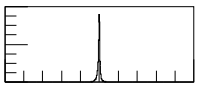


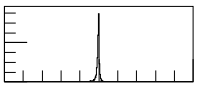
図 4.12: +y 方向のエネルギー位置重心分布

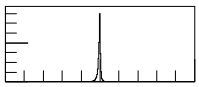

y:0.0(mm)

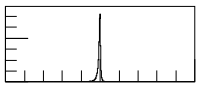

y:- 1(mm)

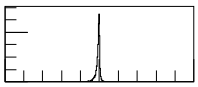

y:- 2(mm)

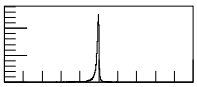

y:- 3(mm)

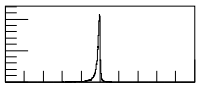

y:- 4(mm)

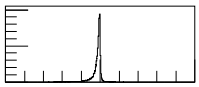

y:- 5(mm)

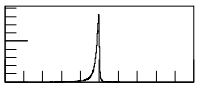

y:- 6(mm)

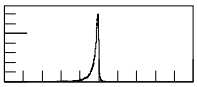

y:- 7(mm)

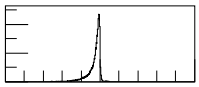

y:- 8(mm)

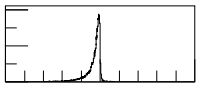

y:- 9(mm)

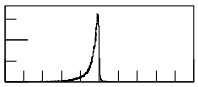

y:- 10(mm)

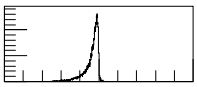

y:- 11(mm)

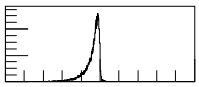

y:- 12(mm)

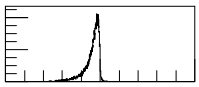

y:- 13(mm)

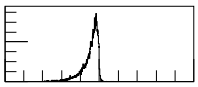

y:- 14(mm)

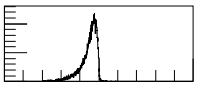

y:- 15(mm)

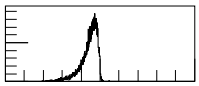

y:- 16(mm)

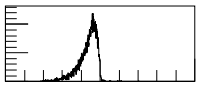

y:- 17(mm)


y:- 18(mm)


y:- 19(mm)


y:- 20(mm)


y:- 21(mm)


y:- 22(mm)

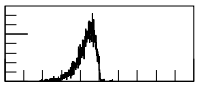

y:- 23(mm)

図 4.13: -y 方向のエネルギー位置重心分布

図 4.10∼4.13 の全てに共通しているのがゼロ点から距離が離れれば離れる程、分布の形状がゼロ点対照で無くなっていき、入射方向にずれていると言う事である。このヒストグラムを利用して、入射位置とエネルギーを重みとした位置重心の相関を見付ける。その為には γ 線の入射位置毎に、得られたヒストグラムの代表点を決める必要がある。まずはその代表点の決め方を決定する。
図 4.10 などの分布の様子から形状が統一されていない為に、フィッティングでその代表点を見出すのは困難であると考えられる。よって分布の代表点は平均値で、その幅は FWHM で評価する事にする。これであれば分布の形状に依らず統一的な評価が出来ると考える。このようにして得られた入射位置とエネルギー位置重心の相関は経験的に以下のような式で表される事が知られている。

$$Y \quad = \quad P_1 \ tan(P_2 \ X \ + \ P_3) \tag{4.5}$$

$$P_i \quad : \quad fitting \ parameter \ \ (i = 1, 2, 3)$$

入射位置とエネルギー重心をプロットし、それに対してこの式でフィッティングしたものを図 4.14 に示す。

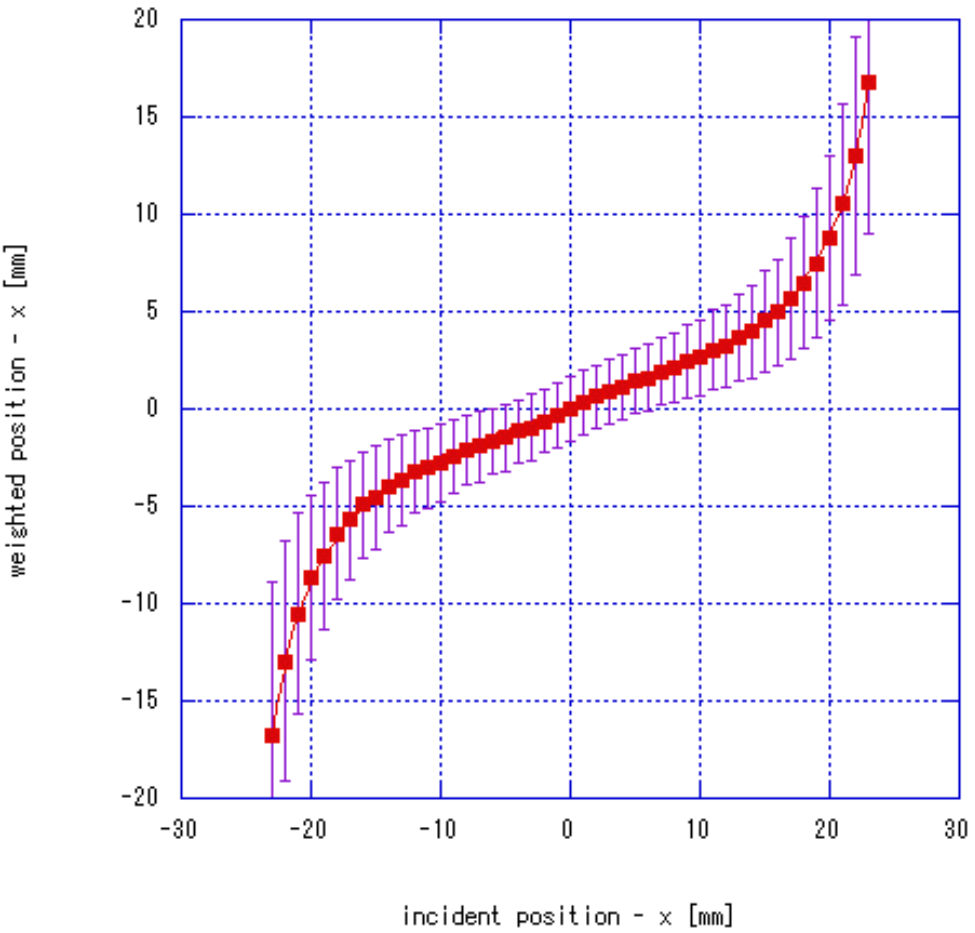


図 4.14: 入射位置とエネルギー重心より推定される入射位置の相関

このシミュレーション結果をデータ解析に反映させる。その結果得られた 2γ 不変質量分布は図 4.15 である。gauusian+exponential の関数で行なったフィッティング結果を見ると π^0 中間子のピークの σ が約 $8.5MeV/c^2$ とこれより前の二つのケースよりその分布の幅はかなり細くなっている。この事より、2γ 不変質量分布の分解能はさらに向上したと考えられる。

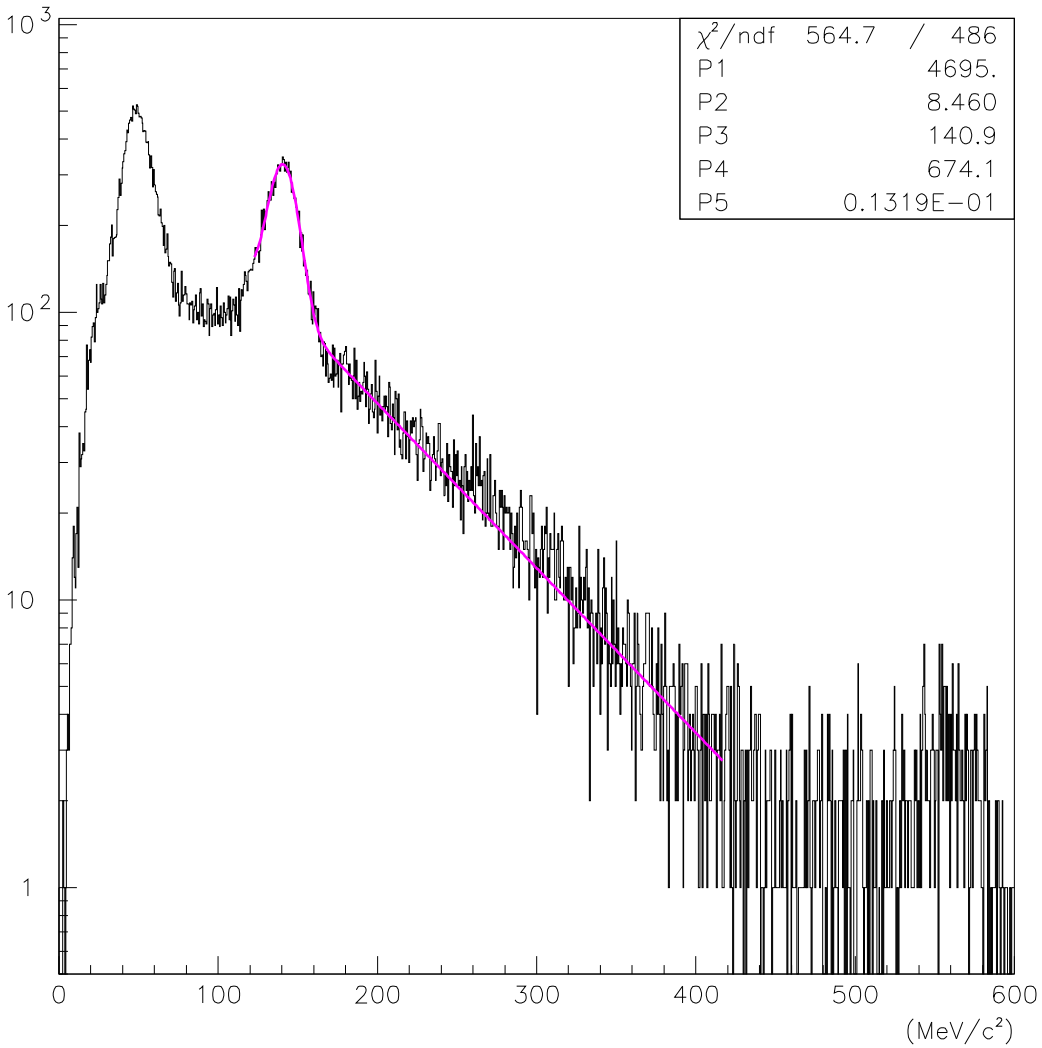


図 4.15: 2γ 不変質量分布:シミュレーションを用いて入射位置と エネルギー位置重心の相関を求めてその結果を利用した場合

また、γ 線の入射位置は図 4.16 のように補正される。

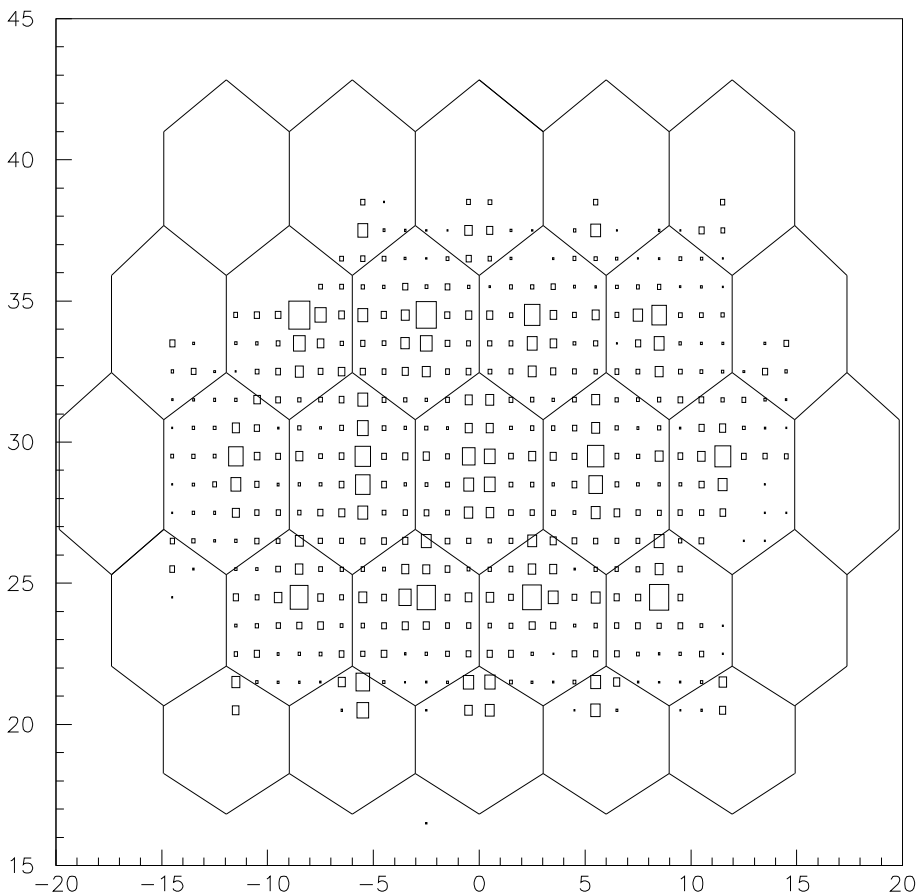


図 4.16: シミュレーションを用いて入射位置とエネルギー位置重心の相関を求めてその結果を利用した場合に推測される γ 線 の入射位置

さらにこのエネルギー重心の計算式をこのように変えて入射位置を推定し、2γ 不変質量を算出する。

$$< r_i > \quad = \quad \frac{\sum_{j=1}^{7} E_j^{\beta} r_{ij}}{\sum_{j=1}^{7} E_j^{\beta}} \tag{4.6}$$

$$\beta \quad \in \quad \mathbf{R} \qquad and \qquad \beta > 0.0$$

エネルギー重心の計算において、今まではエネルギーをそのまま重みとして計算してきたが、今度はそのエネルギーを累乗してエネルギー重心を求めてみたらどうなるのか調べてみる。$\beta = 0.3, 0.5, 1.2, 1.5, 1.8, 2.1$ の場合の 2γ 不変質量分布を図 4.17 に示す。

ここで β と 2γ 不変質量分布の分解能の関係は表 4.1 のようになっており、これをプロットしたものを図 4.18 に示す。また不変質量分解能の誤差を、不変質量分解能をフィッティングで求めた時のパラメータの誤差で評価する。
このプロットした結果から、フィッティングパラメータの誤差が非常に大きく、これらの相関を詳しく考慮する事は難しいと考えられる。

β	不変質量分解能 $[MeV/c^2]$	分解能誤差 $[MeV/c^2]$
0.3	8.496	0.195
0.5	8.520	0.173
1.0	8.460	0.194
1.2	8.440	0.176
1.5	8.410	0.196
1.8	8.500	0.196
2.1	8.509	0.194

表 4.1: β と不変質量分布分解能の相関

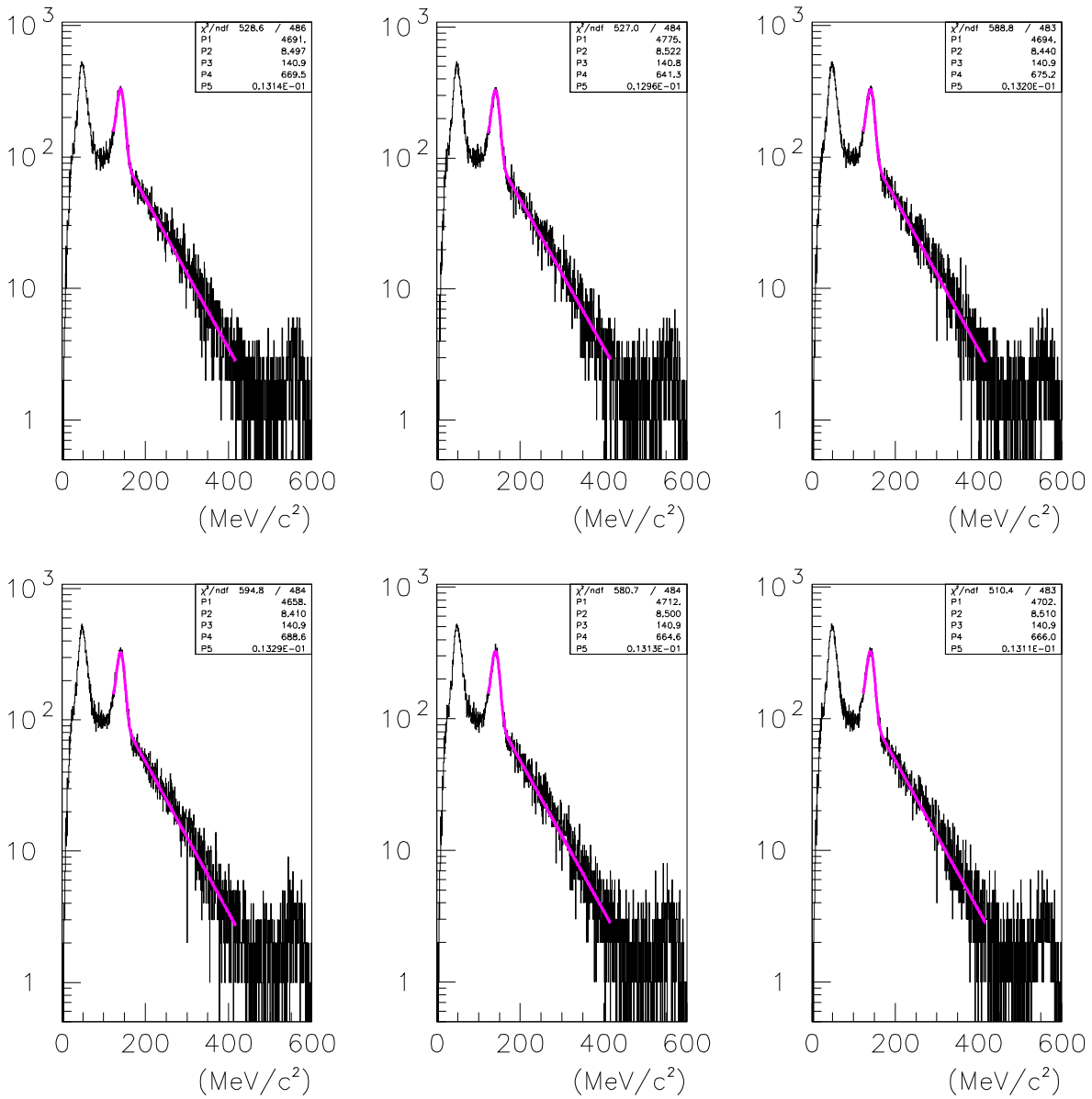


図 4.17:　上段左：$\beta = 0.3$ の場合の 2γ 不変質量分布
上段中：$\beta = 0.5$ の場合の 2γ 不変質量分布
上段右：$\beta = 1.2$ の場合の 2γ 不変質量分布
下段左：$\beta = 1.5$ の場合の 2γ 不変質量分布
下段中：$\beta = 1.8$ の場合の 2γ 不変質量分布
下段右：$\beta = 2.1$ の場合の 2γ 不変質量分布

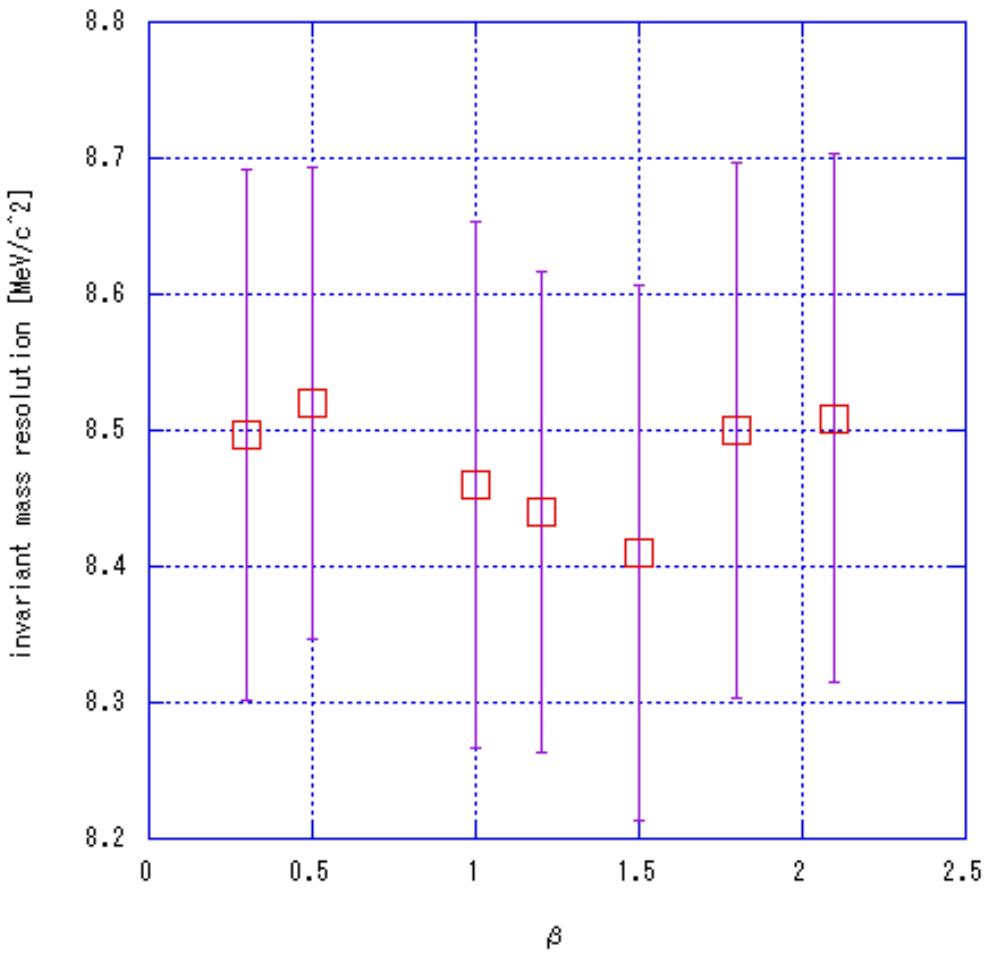


図 4.18: β と不変質量分解能の相関

4.4.2　位置分解能

エネルギー重心で入射位置を推定する解析方法では、どれだけの分解能で入射位置を推測出来るのかについて考える。

まず、位置分解能をクリスタルの中心にビームが入射した時の位置分解能と定義する。ここでビームの入射位置を中心に限った理由としては、ビームの入射位置が中心からずれるにしたがって分布の形状が著しく変わってしまう為である (図 4.10∼4.13 (52∼55 ページ) 参照)。そのため、ビームの入射位置の中から代表点を選び、その代表点におけるエネルギー重心分布の幅を位置分解能とする事とする。このエネルギー重心分布の様子を図 4.19,4.20 に載せる。
また、CsI クリスタルには大きさの異なる二つの種類 (S1-type と S5-type) があるため、それらは個々に評価した。それらの値を表 4.2, 4.3 に示す。

β	位置分解能 (S1 形式)[mm]	位置分解能 (S5 形式)[mm]
0.3	3.065	3.697
0.5	3.569	4.348
1.0	1.850	2.355
1.2	1.165	1.485
1.5	0.5312	0.6783
1.8	0.2287	0.2924
2.1	0.09566	0.1222

表 4.2: x 方向の位置分解能

β	位置分解能 (S1 形式)[mm]	位置分解能 (S5 形式)[mm]
0.3	2.973	3.602
0.5	3.612	4.371
1.0	1.827	2.324
1.2	1.136	1.450
1.5	0.5034	0.6436
1.8	0.2106	0.2694
2.1	0.08527	0.1093

表 4.3: y 方向の位置分解能

ここで β は、エネルギー重心を求める際にエネルギーを累乗したがその累乗の値である。
位置分解能としては β が大きい方が優れているが、2γ 不変質量分布の分解能は計算した全ての β において変わらない値になっている。つまり、$\beta = 1.8, 2.1$ の値は過剰な評価で

あると考えられる。そして同様な理由で $\beta = 0.3, 0.5$ は、位置分解能が過小評価されていると考えられる。

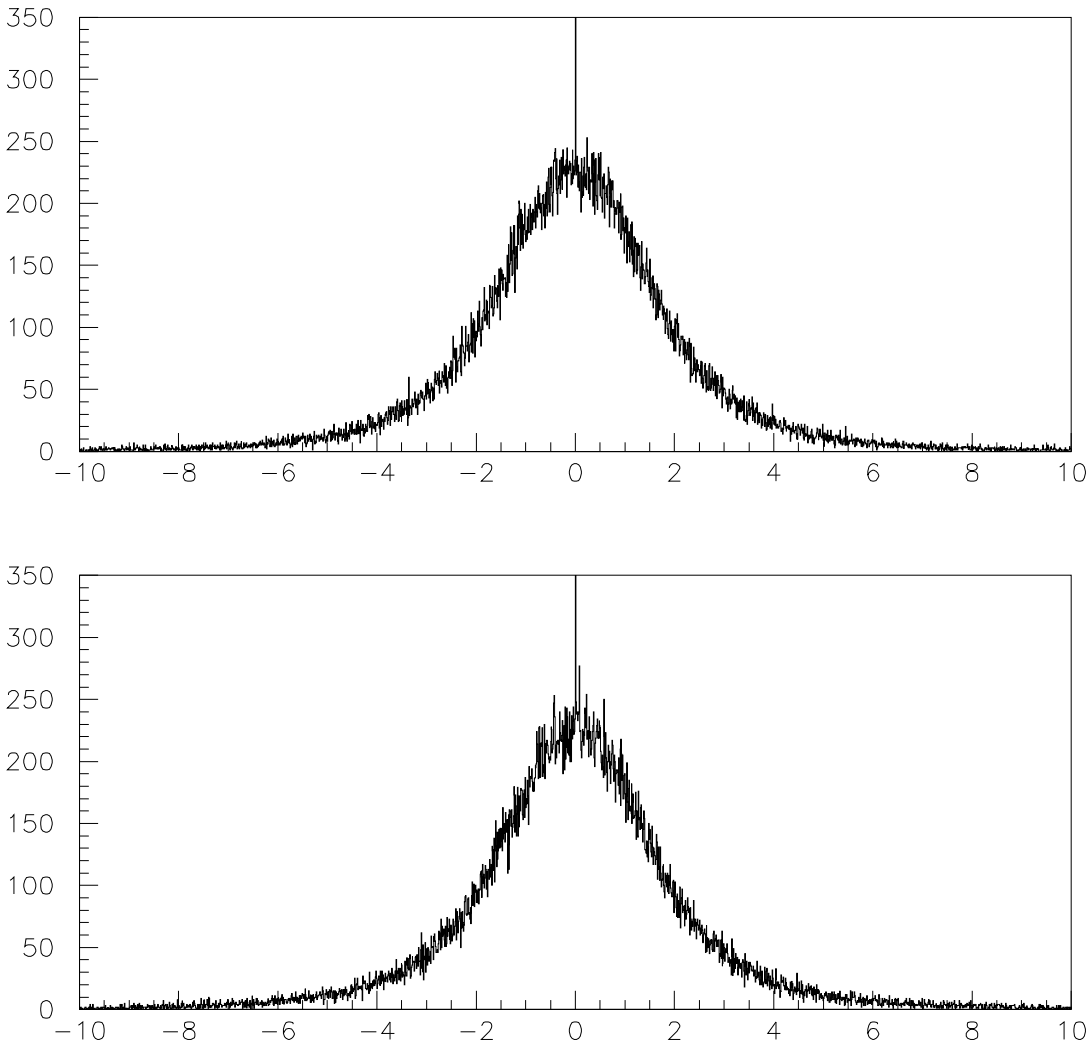


図 4.19: クリスタル中心へのビーム入射に対するエネルギー重心分布 (S1 type)

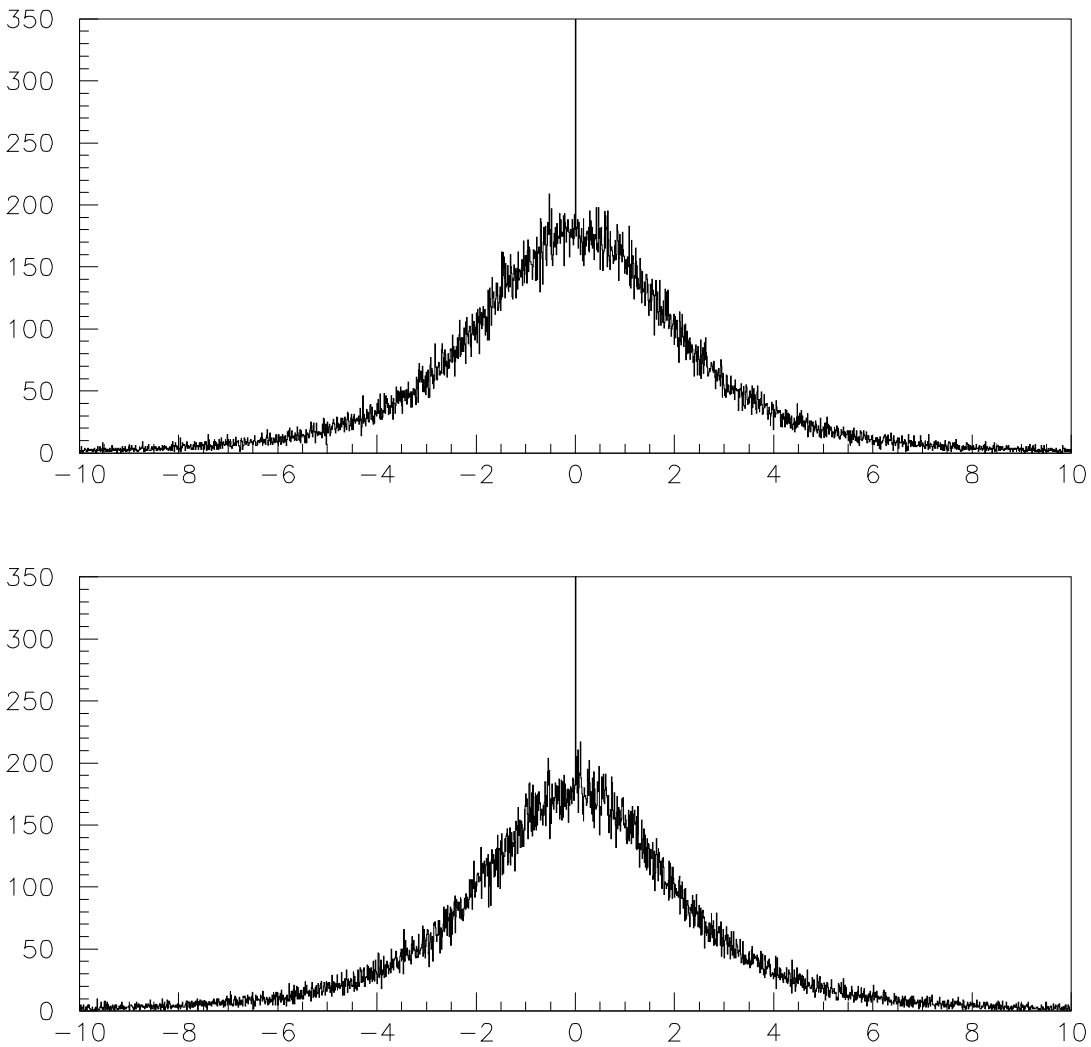


図 4.20: クリスタル中心へのビーム入射に対するエネルギー重心分布 (S5 type)

4.5　nγ 事象

次に $2\pi^0$ からの 4γ 事象について調べる。この事象は 3.2(28 ページ) で行なったシミュレーションから分かるとおり、今回の実験のセットアップでは非常に捕らえにくい事象である。これ以降でその事象をどの程度捕らえる事が出来ているのか、解析していく。

4.5.1　Event Ratio

図 4.21 は π^0 中間子からの 2γ の解析を行なった実験データにおいて検出された γ 線の数を求めたものである。ここで γ 線の数 N_γ は $2 \leq N_\gamma \leq 4$ の範囲に限定した。2γ 事象に比べて、3,4γ は非常に少ない事が分かる。表 4.4 にその数を載せる。

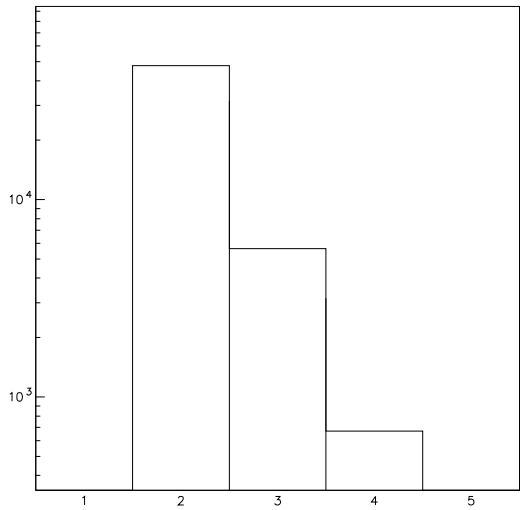


図 4.21: 検出された γ 線の数

検出された γ 線の数 [個]	event 数 (全体に占める割合)[event]
2	42689(87.11%)
3	5644(11.52%)
4	672(1.37%)
total	49005

表 4.4: Event 数と検出された γ 線の数

4.5.2　3γ 入射時の 2γ 不変質量分布

3γ が同時に入ってきた場合について解析する。3γ が同時に入って来る場合として考えられるのは、シミュレーションで行ったように $2\pi^0$ からの 4γ が、検出器のアクセプタンスの為に 3 つしか検出出来ないケースや、π^0 中間子や η 中間子などからの 2γ と他の偶発的な γ 線が coincidence したケースなど、いろいろと考えられる。
ここで、3γ のうちの 2γ は π^0 中間子や η 中間子など同一の粒子からの 2γ によるものである事を仮定して、不変質量を組んでみる。その様子を図 4.22 に示す。

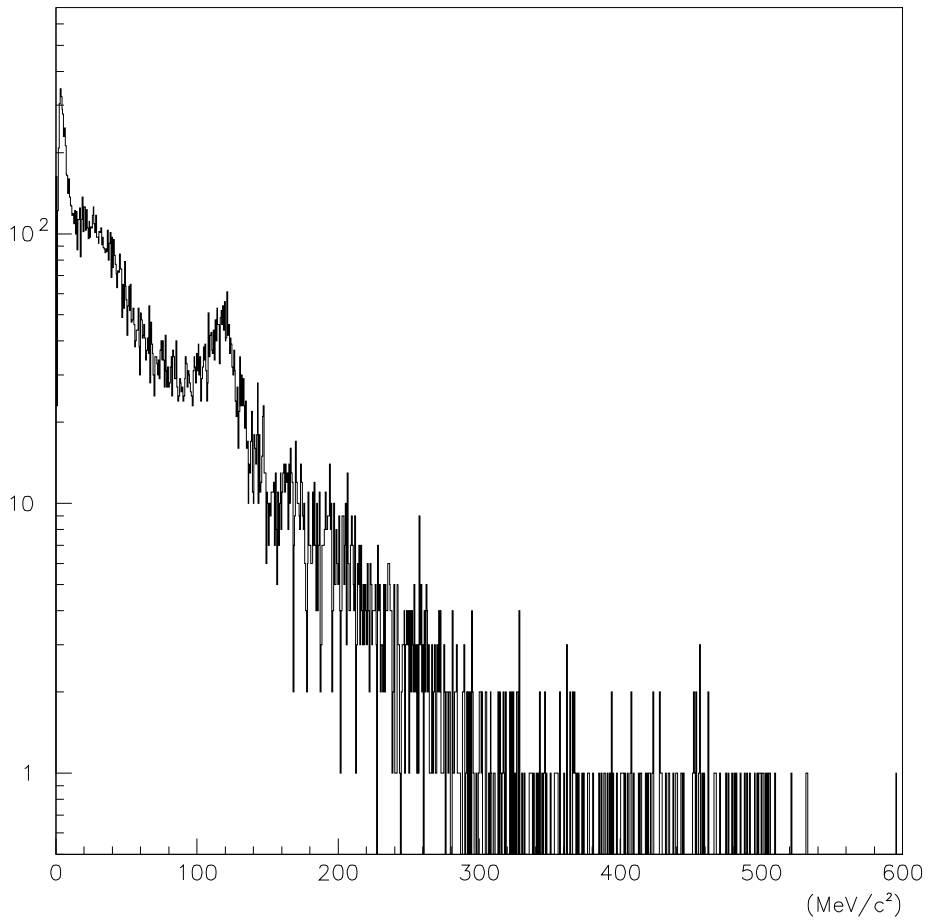


図 4.22:　3γ から 2γ を選んで不変質量を組んだ場合の分布

$M_{\gamma\gamma} = 135[MeV/c^2]$ 付近に、π^0 中間子からの 2γ によるものと考えられるピークがある。これを以前行ったモンテカルロシミュレーションで得られたヒストグラム (35 ページ) と比較してみる。シミュレーションでは $2\pi^0$ からの 4γ しか考えていない為にバックグラウンド事象が無い。よって実際はバックグラウンド事象がさらに多い事を加味すれば、この分布の形状は互いに非常に近い形状になっている。

4.5.3　4γ 入射時の 2γ 不変質量分布

次に 4γ 事象について調べる。
3.2.1(28 ページ) でシミュレートしたとおり、現在のセットアップで $2\pi^0$ からの 4γ を捕らえる事は非常に難しい。実際に実験で得られた 4γ から 2γ を選び出して不変質量を組むと図 4.23 のようになる。

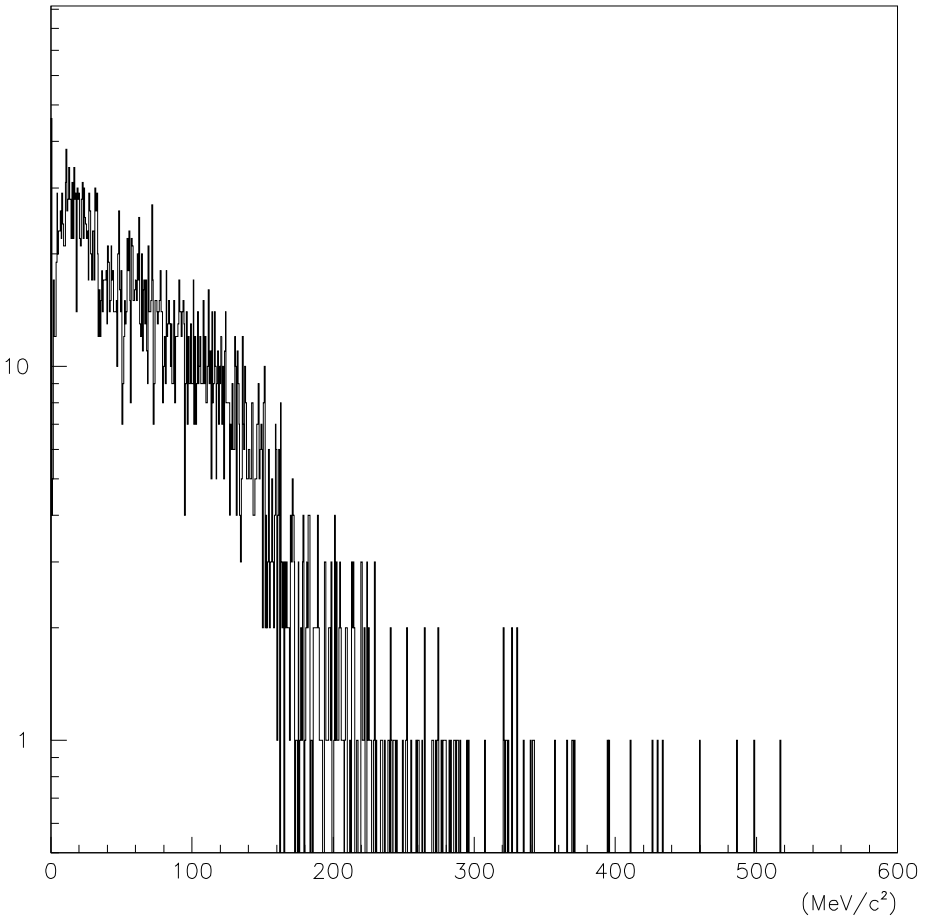


図 4.23:　4γ から 2γ を選んで不変質量を組んだ場合の分布

$2,3\gamma$ の場合に見えたような π^0 中間子によるピークは見えず、主に低質量部分に分布している。この事より、ここで捕らえられている 4γ は $2\pi^0$ からのものでは無く、π^0 から発生した γ の 1 つと他の事象の γ との偶発的な coincidence であったり η 中間子からの γ の 1 つと他の事象との coicidence であったり、そのようなアクシデンタルな事象によるものであると考えられる。よってシミュレーションからの結論どおり、このセットアップでは $2\pi^0$ からの 4γ を捕らえる事は非常に難しいと言える。

第5章　考察

5.1　解析結果

2γ 不変質量分布の分解能、及び位置分解能は解析方法により、以下のように改善された。

Case No	解析方法
1.	CsI 単体でエネルギー、位置を求めた場合
2.	周囲 7 本の CsI のエネルギーを足し合わせ エネルギー重心で位置を出した場合
3.	ビームの入射位置とエネルギー重心の 相関を利用した場合
4.	エネルギーを累乗 (β 乗) にしてエネルギー重心を 計算した場合 (β=1.5)

Case	2γ 不変質量分解能 $[MeV/c^2]$ (かっこ内はシミュレーション結果)	位置分解能 (S1-type)[mm]		位置分解能 (S5-type)[mm]	
		x 方向	y 方向	x 方向	y 方向
1	14.70	*Unknown*			
2	9.978				
3	8.460 (7.206)	1.850	2.355	1.827	2.324
4	8.410 (6.577)	0.5312	0.6783	0.5034	0.6436

表 5.1: 解析方法による分解能の推移

このように 2γ 不変質量分解能は case1 と case3 を比べると $6[MeV/c^2]$ ほど良くなっている。これは γ 線の入射位置を精度良く推測出来るようになった為であると考えられる。またこの位置分解能はクリスタル中心にビームが入射した場合の値である。実験データより求めた位置分解能の値を使ってシミュレーションを行い、2γ 不変質量分解能がどの程度になるのか調べると、case3 は $7.206[MeV/c^2]$, case4 は $6.577[MeV/c^2]$ となった。実際の実験データにはバックグラウンド事象が含まれており、その為に 2γ 不変質量分解能が低くなっていると考えればこの値は実験から得られた 2γ 不変質量分解能と近い値であると考えられる。

5.2　CsI spectrometer の配置

今回の実験のセットアップでは、$2\pi^0$ からの 4γ を捕まえる事が非常に難しい事がシミュレーションと実験データを解析する事により分かった。では、この CsI spectrometer をどのような配置にすれば、4γ の検出が出来るようになるのか、シミュレーションを用いて解析した。

図 2.2,2.3 と同じように、CsI spectrometer の中心がビームラインの延長線と為す角度を θ とする。また ϕ も図と同様にして、標的と上下に並べられている二つの CsI spectrometer のそれぞれの中心を結ぶ直線の二等分角とする。今回の実験では $\theta = 70°$,$\phi = 25°$ にして実験を行った。CsI spectrometer は ϕ 方向に動かすのは大変であるが、θ 方向には自由に動かせるようになっている。よって、θ 方向に CsI spectrometer をいろいろ動かしてみて、どの配置が multi γ を捕らえるのに適しているのかを調べる。この時、ϕ の値は実験の時と同じ $25°$ に固定しておく。また S1,S2 と S3,S4 は別々の角度での配置も出来るのでそれぞれの角度 θ を θ_1,θ_2 として区別する。

表 5.2 に θ_1,θ_2 を変えた時にそれぞれ検出される 4γ の数を載せる。今回もシミュレーションは 1000000 イベント起こした。この表より、どの角度においても検出出来る 4γ の数はほとんど変わらず、非常に少ないない事が分かる。よって 4γ をより多く捕まえる為には CsI spectrometer の配置を変えるのでは無く、 CsI spectrometer のアクセプタンスを増やす必要があると考えられる。

同様にして表 5.3 には 3γ の検出効率を、表 5.4 には 2γ の検出効率を載せる。これらの表より、配置によって捕まえられる $2,3\gamma$ の数は一割程度異なり、θ が $80° \sim 90°$ の時に最も検出効率がよくなる。そして θ がそれよりも大きくなったり、小さくなるにつれて悪くなっていっている。この事より、θ_1,θ_2 を $80°$ から $90°$ 程度にすれば、γ 線の検出効率が上がると予想される。

5.3　今後の課題

本解析より、実験で使用した CsI spectrometer は π^0 からの 2γ の検出性能は十分に持っていると言う事が分かった。また $2\pi^0$ からの 4γ に対しては全くと言って良い程検出する事が出来ない事も分かった。今後はこの CsI spectrometer をどのように改良すれば、より多くの γ 線を検出する事が出来るのかと言う事について研究していく。また、2γ 不変質量分解能を向上させる事が出来る解析方法の研究についてもすすめていく。

θ_1 \ θ_2	60°	65°	70°	75°	80°
60°	13(0.0013%)	16(0.0016%)	17(0.0017%)	15(0.0015%)	15(0.0015%)
65°	8(0.0008%)	13(0.0013%)	13(0.0013%)	13(0.0013%)	14(0.0014%)
70°	8(0.0008%)	13(0.0013%)	13(0.0013%)	11(0.0011%)	12(0.0012%)
75°	9(0.0009%)	14(0.0014%)	19(0.0019%)	18(0.0018%)	17(0.0017%)
80°	10(0.001%)	15(0.0015%)	20(0.002%)	20(0.002%)	20(0.002%)
85°	9(0.0009%)	12(0.0012%)	17(0.0017%)	16(0.0016%)	14(0.0014%)
90°	6(0.0006%)	6(0.0006%)	9(0.0009%)	9(0.0009%)	9(0.0009%)
95°	11(0.0011%)	11(0.0011%)	14(0.0014%)	17(0.0017%)	14(0.0014%)
100°	14(0.0014%)	15(0.0015%)	16(0.0016%)	16(0.0016%)	13(0.0013%)
105°	9(0.0009%)	8(0.0008%)	10(0.001%)	10(0.001%)	10(0.001%)

θ_1 \ θ_2	85°	90°	95°	100°	105°
60°	12(0.0012%)	14(0.0014%)	9(0.0009%)	10(0.001%)	10(0.001%)
65°	12(0.0012%)	12(0.0012%)	8(0.0008%)	9(0.0009%)	9(0.0009%)
70°	11(0.0011%)	10(0.001%)	8(0.0008%)	8(0.0008%)	8(0.0008%)
75°	14(0.0014%)	12(0.0012%)	14(0.0014%)	14(0.0014%)	14(0.0014%)
80°	21(0.0021%)	19(0.0019%)	16(0.0016%)	14(0.0014%)	13(0.0013%)
85°	17(0.0017%)	15(0.0015%)	14(0.0014%)	12(0.0012%)	13(0.0013%)
90°	11(0.0011%)	12(0.0012%)	12(0.0012%)	10(0.001%)	10(0.001%)
95°	14(0.0014%)	13(0.0013%)	13(0.0013%)	10(0.001%)	10(0.001%)
100°	13(0.0013%)	12(0.0012%)	12(0.0012%)	13(0.0013%)	13(0.0013%)
105°	9(0.0009%)	10(0.001%)	11(0.0011%)	11(0.0011%)	16(0.0016%)

unit : event(probability of event occurrence)

表 5.2: CsI spectrometer の配置を変えた時の 4γ 検出効率

θ_1 \ θ_2	60°	65°	70°	75°	80°
60°	1063(0.106%)	1113(0.1113%)	1113(0.1113%)	1152(0.1152%)	1135(0.1135%)
65°	1206(0.121%)	1265(0.127%)	1277(0.128%)	1280(0.128%)	1275(0.128%)
70°	1290(0.129%)	1348(0.135%)	1365(0.137%)	1372(0.137%)	1385(0.139%)
75°	1280(0.128%)	1325(0.132%)	1359(0.136%)	1369(0.137%)	1386(0.139%)
80°	1269(0.127%)	1335(0.134%)	1365(0.137%)	1364(0.136%)	1384(0.138%)
85°	1225(0.123%)	1314(0.131%)	1371(0.137%)	1370(0.137%)	1411(0.141%)
90°	1225(0.123%)	1280(0.128%)	1342(0.134%)	1361(0.136%)	1398(0.140%)
95°	1202(0.120%)	1251(0.125%)	1306(0.131%)	1341(0.134%)	1389(0.139%)
100°	1086(0.109%)	1139(0.114%)	1202(0.120%)	1247(0.125%)	1291(0.129%)
105°	1039(0.104%)	1086(0.109%)	1132(0.113%)	1183(0.118%)	1236(0.124%)

θ_1 \ θ_2	85°	90°	95°	100°	105°
60°	1160(0.116%)	1132(0.113%)	1086(0.109%)	1064(0.106%)	1023(0.102%)
65°	1293(0.129%)	1265(0.127%)	1227(0.123%)	1214(0.121%)	1172(0.117%)
70°	1414(0.141%)	1381(0.138%)	1328(0.133%)	1326(0.133%)	1282(0.128%)
75°	1398(0.140%)	1423(0.142%)	1398(0.140%)	1373(0.137%)	1328(0.133%)
80°	1426(0.143%)	1449(0.145%)	1395(0.140%)	1382(0.138%)	1336(0.134%)
85°	1445(0.145%)	1482(0.148%)	1432(0.143%)	1432(0.143%)	1399(0.140%)
90°	1406(0.141%)	1432(0.143%)	1421(0.142%)	1435(0.144%)	1421(0.142%)
95°	1415(0.142%)	1438(0.144%)	1448(0.145%)	1465(0.147%)	1473(0.147%)
100°	1319(0.132%)	1354(0.135%)	1344(0.134%)	1333(0.133%)	1333(0.1333%)
105°	1263(0.126%)	1295(0.130%)	1290(0.129%)	1293(0.129%)	1323(0.132%)

unit : event(probability of event occurrence)

表 5.3: CsI spectrometer の配置を変えた時の 3γ 検出効率

θ_1 \ θ_2	60°	65°	70°	75°	80°
60°	29329(2.93%)	30032(3.00%)	30676(3.07%)	31149(3.11%)	31399(3.14%)
65°	30544(3.05%)	31370(3.14%)	32009(3.20%)	32732(3.27%)	33047(3.3047%)
70°	31629(3.16%)	32557(3.26%)	33366(3.37%)	34075(3.41%)	34461(3.44%)
75°	32349(3.23%)	33398(3.34%)	34245(3.42%)	35098(3.51%)	35533(3.53%)
80°	32938(3.29%)	34007(3.40%)	34839(3.48%)	35733(3.57%)	36264(3.62%)
85°	33240(3.32%)	34292(3.43%)	35009(3.50%)	36023(3.60%)	36649(3.66%)
90°	32880(3.29%)	34101(3.41%)	34921(3.49%)	35805(3.58%)	36407(3.64%)
95°	32539(3.25%)	33811(3.38%)	34772(3.48%)	35632(3.56%)	36269(3.63%)
100°	32187(3.22%)	33497(3.35%)	34423(3.44%)	35214(3.52%)	35907(3.59%)
105°	31419(3.14%)	32723(3.27%)	33740(3.37%)	34486(3.45%)	35174(3.52%)

θ_1 \ θ_2	85°	90°	95°	100°	105°
60°	31592(3.16%)	31513(3.15%)	31263(3.13%)	30763(3.08%)	29985(3.00%)
65°	33283(3.33%)	33269(3.33%)	32992(3.30%)	32451(3.25%)	31692(3.17%)
70°	34753(3.48%)	34813(3.48%)	34576(3.46%)	34059(3.41%)	33335(3.33%)
75°	35605(3.56%)	35894(3.59%)	35605(3.56%)	35139(3.51%)	34383(3.44%)
80°	36601(3.66%)	36569(3.66%)	36385(3.64%)	36003(3.60%)	35311(3.53%)
85°	37079(3.71%)	37148(3.71%)	36968(3.70%)	36558(3.66%)	35916(3.59%)
90°	36951(3.70%)	37016(3.70%)	36780(3.69%)	36387(3.64%)	35740(3.57%)
95°	36749(3.67%)	36873(3.69%)	36676(3.67%)	36333(3.63%)	35633(3.56%)
100°	36327(3.63%)	36450(3.65%)	36298(3.63%)	36167(3.62%)	36167(3.62%)
105°	35634(3.56%)	35818(3.58%)	35708(3.57%)	35497(3.55%)	34859(3.49%)

unit : event(probability of event occurrence)

表 5.4: CsI spectrometer の配置を変えた時の 2γ 検出効率

付 録A　多粒子系の位相空間

1 3-body phase space

1.1 Lorentz invariant な phase space

4 元運動量で考える。エネルギー、運動量の保存から $\sum \boldsymbol{P}_i - \boldsymbol{P} = 0,\ \boldsymbol{P}_i^2 - m_i^2 = 0$ であり、

$$\int d\boldsymbol{P}\delta\left(\boldsymbol{P}^2 - m^2\right) = \int d\boldsymbol{p}dE\delta\left(E^2 - p^2 - m^2\right) = \int \frac{d\boldsymbol{p}}{2E} \tag{A.1}$$

であるから、n 個の粒子に対しては以下の式が成り立つ。

$$\rho_n = \int \cdots \int \prod_{i=1}^{n} \frac{d\boldsymbol{p}_i}{2E_i} \delta\left(\sum_j \boldsymbol{p}_j - \boldsymbol{p}\right) \delta\left(E - \sum_j E_j\right) \tag{A.2}$$

1.2 2 個の粒子の場合

上式から

$$\rho_2 = \int \frac{d\boldsymbol{p}_1}{2E_1}\frac{d\boldsymbol{p}_2}{2E_2}\delta\left(\boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2\right)\delta\left(E_1 + E_2 - E\right) \tag{A.3}$$

であり、粒子 2 についてとくと

$$\rho_2 = \int \frac{d\boldsymbol{p}_1}{2E_1}\frac{1}{2\left(E - E_1\right)}\delta\left(E_1 + E_2 - E\right) \tag{A.4}$$

となる。粒子 1 の運動量についての積分を実行していくと、

$$\begin{aligned} \rho_2 &= \frac{1}{4}\int p_1^2 dp_1 d\left(\cos\theta_1\right) d\varphi \frac{1}{E_1\left(E - E_1\right)}\delta\left(E_1 + E_2 - E\right) \\ &= \pi \int p_1^2 dp_1 \frac{1}{E_1 E_2}\delta\left(E_1 + E_2 - E\right) \end{aligned} \tag{A.5}$$

であり、ここで

$$dp_1 = \frac{E_1 E_2}{p_1 E} dE \tag{A.6}$$

に注意すれば

$$\begin{aligned} \rho_2 &= \pi \int \frac{p_1}{E}\delta\left(E_1 + E_2 - E\right) dE \\ &= \pi p_1 / E \end{aligned} \tag{A.7}$$

が得られ、最終的に

$$\frac{d\rho_2}{dp_1} = const \tag{A.8}$$

であることがわかる。

1.3　3 個の粒子の場合

以下の式から出発する。

$$d^9\rho = \frac{d^3p_1}{2E_1}\frac{d^3p_2}{2E_2}\frac{d^3p_3}{2E_3}\delta\left(\boldsymbol{p}_1+\boldsymbol{p}_2+\boldsymbol{p}_3\right)\delta\left(M-E_1-E_2-E_3\right) \tag{A.9}$$

まず $\boldsymbol{p}_3$ で積分して

$$d^6\rho = \frac{d^3p_1}{2E_1}\frac{d^3p_2}{2E_2}\frac{1}{2E_3}\delta\left(M-E_1-E_2-E_3\right) \tag{A.10}$$

ただしここで $E_3=\sqrt{\left(\boldsymbol{p}_1+\boldsymbol{p}_2\right)^2+m_3^2}$ である。$\angle\boldsymbol{p}_1\boldsymbol{p}_2=\theta$, $\xi=\cos\theta$ とすると上式は

$$d^6\rho = \frac{d^3p_1}{2E_1}\frac{p_2^2dp_2d\xi d\varphi}{2E_2}\frac{1}{2E_3}\delta\left(M-E_1-E_2-E_3\right) \tag{A.11}$$

と書き直すことができる。次にこれを φ で積分する。

$$d^5\rho = \frac{d^3p_1}{2E_1}\frac{p_2^2dp_2d\xi 2\pi}{2E_2}\frac{1}{2E_3}\delta\left(M-E_1-E_2-E_3\right) \tag{A.12}$$

明らかに粒子 1 については全方向積分できる。

$$d^3\rho = \frac{4\pi p_1^2dp_1}{2E_1}\frac{p_2^2dp_2d\xi}{2E_2}2\pi\frac{1}{2E_3}\delta\left(M-E_1-E_2-E_3\right) \tag{A.13}$$

$$d^2\rho = \int\frac{\delta\left(M-E_1-E_2-E_3\right)}{2E_3}8\pi^2\frac{p_1^2p_2^2}{2E_12E_2}dp_1dp_2d\xi \tag{A.14}$$

変数変換 $(p_1p_2\xi)\to(E_1E_2E_3)$ を行えばこの積分は容易に実行できる。

$$\begin{aligned} dp_1dp_2d\xi &= dE_1dE_2dE_3\frac{\partial\left(p_1p_2\xi\right)}{\partial\left(E_1E_2E_3\right)} \\ &= dE_1dE_2dE_3\frac{E_1E_2E_3}{p_1^2p_2^2} \end{aligned} \tag{A.15}$$

であるから

$$d^2\rho = \pi^2\int\delta\left(M-E_1-E_2-E_3\right)dE_1dE_2dE_3 \tag{A.16}$$

となり、最終的に

$$d^2\rho = \pi^2dE_1dE_2 = \pi^2\frac{p_1p_2}{E_1E_2}dp_1dp_2 \tag{A.17}$$

を得る。

2　多粒子における phase space の取り扱い

2.1　漸化式

一般に n 個の粒子の場合でも、以下に述べる漸化式を使えば解析的に計算することができる。(2) 式を書き改めると以下のようになる。

$$\begin{aligned}\rho_n &= \int\cdots\int\prod_{i=1}^{n} d\boldsymbol{P}_i\delta\left(\boldsymbol{P}_i^2-m_i^2\right)\delta\left(\sum_{j=1}^{n}\boldsymbol{P}_j-\boldsymbol{P}\right)\\ &= \int\cdots\int\prod_{i=1}^{n-1}\delta\left(\boldsymbol{P}_i^2-m_i^2\right)d\boldsymbol{P}_i\delta\left(\sum_{j=1}^{n-1}\boldsymbol{P}_j-(\boldsymbol{P}-\boldsymbol{P}_n)\,\delta\left(\boldsymbol{P}_n^2-m_n^2\right)\right)d\boldsymbol{P}_n\end{aligned} \tag{A.18}$$

ここで

$$\int\prod_{i=1}^{n-1}\delta\left(\boldsymbol{P}_i^2-m_i^2\right)d\boldsymbol{P}_i\delta\left(\sum_{j=1}^{n-1}\boldsymbol{P}_j-(\boldsymbol{P}-\boldsymbol{P}_n)\right)$$

は n − 1 個の粒子の phase space であり、

$$\int\delta\left(\boldsymbol{P}_n^2-m_n^2\right)d\boldsymbol{P}_n$$

は n 番目の粒子の phase space であるので更に (18) 式を書き直せば

$$\rho_n=\int\frac{dp_n}{2E_n}\rho_{n-1}\left(\boldsymbol{P}-\boldsymbol{P}_n;m_1,m_2,\cdots,m_{n-1}\right) \tag{A.19}$$

となる。ここで扱っている phase space は Lorentz invariant であるから ρ_n を n 体の重心系で求めるならば $\boldsymbol{P}=(E,0)$ であり、ρ_{n-1} を n − 1 体の重心系で求めるならば $\boldsymbol{P}-\boldsymbol{P}_n=(\epsilon,0)$ である。ここで ϵ は n − 1 個の粒子の重心系でのエネルギーの和であり、n 体重心系の量で表せば、

$$\epsilon^2=(\boldsymbol{P}-\boldsymbol{P}_n)^2=(E-E_n)^2-(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{p}_n)^2=(E-E_n)^2-p_n^2$$

$$\epsilon=\sqrt{E^2+m_n^2-2E\sqrt{p_n^2+m_n^2}}$$

である。したがって最終的に漸化式は以下のようになる。

$$\begin{aligned}\rho_n\left(E;m_1,m_2,\cdots,m_n\right) &= \int\frac{dp_n}{2E_n}\rho_{n-1}\left(\epsilon;m_1,m_2,\cdots,m_{n-1}\right)\\ &= \int\frac{dp_n}{2E_n}\rho_{n-1}\left(\sqrt{E^2+m_n^2-2E\sqrt{p_n^2+m_n^2}};m_1,m_2,\cdots,m_{n-1}\right)\end{aligned} \tag{A.20}$$

付 録B　Lorentz変換

ここでは二粒子系を実験室系と重心系の間で Lorentz 変換する方法を記す。また以下の計算は自然単位系での計算であり、光速度とプランク定数を 1 としてある。

実験室系における四元ベクトルを $\mathbf{r} = (x_1, x_2, x_3, x_0 = ct)$ として、重心系における四元ベクトルを $\mathbf{r}' = (x'_1, x'_2, x'_3, x'_0 = ct')$ と置く。実験室系から重心系への Lorentz 変換を $\mathbf{\Lambda}$ とすれば、

$$\mathbf{r}' = \mathbf{\Lambda r} \tag{B.1}$$

ここで $\mathbf{\Lambda}$ は以下のようになる。

$$\mathbf{\Lambda} = \Lambda_{ij} = \begin{cases} \delta_{ij} + \frac{\beta_i \beta_j}{\beta^2}(\gamma - 1) & , \quad \text{for } 1 \leq i \ , \ j \leq 3 \\ -\beta_i \gamma & , \quad \text{for } 1 \leq i \leq 3 \ , \ j = 0 \\ -\beta_j \gamma & , \quad \text{for } i = 0 \ , \ 1 \leq j \leq 3 \\ -\gamma & , \quad \text{for } i = j = 0 \end{cases} \tag{B.2}$$

これを行列表示すると

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{pmatrix} 1 + \frac{\beta_x^2}{\beta^2}(\gamma - 1) & \frac{\beta_x \beta_y}{\beta^2}(\gamma - 1) & \frac{\beta_x \beta_z}{\beta^2}(\gamma - 1) & -\beta_x \gamma \\ \frac{\beta_x \beta_y}{\beta^2}(\gamma - 1) & 1 + \frac{\beta_y^2}{\beta^2}(\gamma - 1) & \frac{\beta_y \beta_z}{\beta^2}(\gamma - 1) & -\beta_y \gamma \\ \frac{\beta_x \beta_z}{\beta^2}(\gamma - 1) & \frac{\beta_y \beta_z}{\beta^2}(\gamma - 1) & 1 + \frac{\beta_z^2}{\beta^2}(\gamma - 1) & -\beta_z \gamma \\ -\beta_x \gamma & -\beta_y \gamma & -\beta_z \gamma & \gamma \end{pmatrix} \tag{B.3}$$

となる。ここで β は実験室系と重心系の間の速度を $\mathbf{v}$ とすれば $\beta = \frac{\mathbf{v}}{c}$ で定義される値であり、$\beta = (\beta_x, \beta_y, \beta_z)$ である。また $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ である。では実際に計算をする。

$\mathbf{P}$ = $(P_x, P_y, P_z, E/c)$: 実験室系における四元運動量

$\mathbf{P}'$ = $(P'_x, P'_y, P'_z, E'/c)$: 重心系における四元運動量

$$
\begin{aligned}
\mathbf{P}' &= \mathbf{\Lambda P} \\
\begin{pmatrix} P'_x \\ P'_y \\ P'_z \\ E' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1+\frac{\beta_x^2}{\beta^2}(\gamma-1) & \frac{\beta_x\beta_y}{\beta^2}(\gamma-1) & \frac{\beta_x\beta_z}{\beta^2}(\gamma-1) & -\beta_x\gamma \\ \frac{\beta_x\beta_y}{\beta^2}(\gamma-1) & 1+\frac{\beta_y^2}{\beta^2}(\gamma-1) & \frac{\beta_y\beta_z}{\beta^2}(\gamma-1) & -\beta_y\gamma \\ \frac{\beta_x\beta_z}{\beta^2}(\gamma-1) & \frac{\beta_y\beta_z}{\beta^2}(\gamma-1) & 1+\frac{\beta_z^2}{\beta^2}(\gamma-1) & -\beta_z\gamma \\ -\beta_x\gamma & -\beta_y\gamma & -\beta_z\gamma & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ E \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

これらを各成分毎に計算する。

$$
\begin{aligned}
P'_x &= (1+\frac{\beta_x^2}{\beta^2}(\gamma-1))\ P_x \ + \ \frac{\beta_x\beta_y}{\beta^2}(\gamma-1)\ P_y \ + \ \frac{\beta_x\beta_z}{\beta^2}(\gamma-1)\ P_z \ - \ \beta_x\gamma\ E \\
P'_y &= \frac{\beta_x\beta_y}{\beta^2}(\gamma-1)\ P_x \ + \ (1+\frac{\beta_y^2}{\beta^2}(\gamma-1))\ P_y \ + \ \frac{\beta_y\beta_z}{\beta^2}(\gamma-1)\ P_z \ - \ \beta_y\gamma\ E \\
P'_z &= \frac{\beta_x\beta_z}{\beta^2}(\gamma-1)\ P_x \ + \ \frac{\beta_y\beta_z}{\beta^2}(\gamma-1)\ P_y \ + \ (1+\frac{\beta_z^2}{\beta^2}(\gamma-1))\ P_z \ - \ \beta_z\gamma\ E \\
E' &= -\beta_x\gamma\ P_x \ -\beta_y\gamma\ P_y \ -\beta_z\gamma\ P_z \ + \ \gamma\ E
\end{aligned}
$$

$P_x, P_y, P_z, E/c$ は既知なので、β,γ を求めると Lorentz 変換をする事が出来る。また任意の運動系の β はそのエネルギー E と運動量の大きさ P, そして系の不変質量 m を用いて計算できる。

$$
\begin{aligned}
E &= \sqrt{P^2+m^2} \qquad \text{(B.4)} \\
E^2 &= P^2+m^2 \\
\frac{P^2}{E^2} &= 1 \ + \frac{m^2}{E^2} \\
&= 1 \ - \frac{m^2}{\gamma^2 m^2} \\
&= 1 \ - \frac{1}{\gamma^2} \\
&= 1 \ - (1 \ - \ \beta^2) \\
&= \beta^2 \\
\therefore \quad \beta &= P/E \qquad \text{(B.5)}
\end{aligned}
$$

重心系の $\beta = \beta_{CM}$ は

$$P \quad = \quad 0 \text{ より}$$

$$\beta_{CM} \quad = \ 0$$

また二粒子の実験室系でのエネルギーを E_1, E_2、3 元運動量ベクトルを $\mathbf{P_1} = (P_{1_x}, P_{1_y}, P_{1_z}), \mathbf{P_2} = (P_{2_x}, P_{2_y}, P_{2_z})$ とすると

$$\begin{aligned} P_{LAB_x} &= \mid P_{1_x} + P_{2_x} \mid \\ P_{LAB_y} &= \mid P_{1_y} + P_{2_y} \mid \\ P_{LAB_z} &= \mid P_{1_z} + P_{2_z} \mid \\ E_{LAB} &= |E_1 + E_2| \end{aligned}$$

である。これを用いて実験室系の $\beta = \beta_{\mathbf{LAB}}$ を求めると

$$\begin{aligned} \beta_{LAB_x} &= P_{LAB_x}/E_{LAB} \\ \beta_{LAB_y} &= P_{LAB_y}/E_{LAB} \\ \beta_{LAB_z} &= P_{LAB_z}/E_{LAB} \end{aligned}$$

となる。重心系の β は 0 である為に、実験室系と重心系の相対速度はこの $\beta_{\mathbf{LAB}}$ で表される。これより、γ を求めると Lorentz 変換を行なう事が出来る。また逆変換はこの β を符号転換すれば行なう事で実現される。

謝辞

本修士論文完成まで多くの方々から御指導、御協力を頂きました。この場を借りて感謝を述べたいと思います。

加藤静吾教授には主にゼミをとおして原子核物理学や素粒子物理学の基礎やその歴史、また専門英語などについて一から教えていただきました。
清水肇教授には実験データの解析方針やシミュレーションプログラムについての御指導、御助言をたくさんいただきました。また、解析の今後の方針の相談に行く度に多くの励ましの言葉をいただき、解析を続けていく上で非常に心の支えになりました。
吉田浩司先生にはゼミや実験をとおして、検出器の基礎知識や実験をする為に必要な知識、物理学の基礎やデータ解析の考え方など、基本的な事を教えていただきました。また本修士論文作成にあたっては多くの御助言をいただきました。
田島靖久先生にはデータの解析方法について相談にのっていただいたり、プログラムなどのアドバイスもしていただきました。そして日常生活においてもコンピュータについて分からなくて悩んでいる事や知りたい事などを沢山教えていただきました。

また笠木治郎太教授をはじめとする東北大学核理研の方々には本研究を行なう機会を与えていただき、非常に感謝しております。また核理研研究グループの中でも、木下忠さんには解析をすすめるにあたり、多くの貴重なアドバイスをいただきました。本当にありがとうございました。

そして同じ研究室の同学年の有賀雄一君、飯嶋晶子さん、藤野屋大樹君には日常生活では勿論の事、実験が大変な時もいろいろとお世話になりました。本当に感謝いたします。

最後に、大学院に進学する事を許し支援してくれた両親をはじめとする家族全員と、私生活全てを支えてくれた佐々木まり子さんには、 心から感謝を述べたいと思います。

関連図書

[1] H. Okuno et al. *A CsI(pure) calorimeter for π^0 detection at intermediate energies*. Nuclear Instruments and Methods in Phisics Research (Section A),1995

[2] 乃万智洋. ドリフトチェンバーを用いた PWO クリスタルの性能評価, 2001.

[3] Ernest M. Henley Hans Frauenfelder. *SubAtomic Phisics*. Prentice Hall, second edition,1991

[4] Herbert Goldstein. 古典力学. 吉岡書店, 第二版, 1980.

[5] 内山龍雄. 相対性理論. 岩波書店, 1977.

[6] Chiristopy Scholz Bogdan Povh et al. 素粒子 · 原子核物理入門 . シュプリンガー · フェアラーク東京, 第二版, 1997.

[7] 高木修二, 丸森寿夫, 河合光路. 原子核論 . 岩波書店, 第一版, 1978.

[8] 八木浩輔. 原子核物理学. 朝倉書店, 第一版1993.

[9] William H. Press el al. *Numerical recipes in C*. 技術評論社, 第八版, 1999.

[10] 小柳義夫. 計算物理学. 朝倉書店, 第一版, 2001.

[11] 内田智史. C 言語によるプログラミング. オーム社, 第一版, 1999.

[12] 依田哲彦. (γ,η) 反応による原子核内核子共鳴状態の研究. PhD thesis, Tohoku Univ, 1998.