Primakov effect に対する微分断面積の Kinematics プログラムへの導入

松村 徹

平成 10 年 9 月 25 日

Primakov effect とは、入射 γ が原子核の電場に起因した virtual photon と相互作用を起こし、ハドロン等を生成する過程である。

Bellettini らによれば、この過程に対する微分断面積は次のように表される。

$$\frac{d\sigma_P}{d\Omega} = \Gamma_{\gamma\gamma}\frac{8\alpha Z^2}{M_\sigma^3}\frac{\beta^3 E_\gamma^4}{Q^4}|F_{e.m.}(Q)|^2\sin^2\theta \tag{1}$$

ここで、

$$\begin{aligned}
\alpha &= 1/137 \\
\Gamma_{\gamma\gamma} &= \sigma \to 2\gamma \text{ decay width} \\
Q &= \text{原子核に対する momentum transfer} \\
F_{e.m.} &= \text{原子核の electromagnetic form factor} \\
M_\sigma, \beta, \theta &= \sigma\text{の質量、速度、生成角} \\
E_\gamma &= \text{入射}\gamma\text{のエネルギー}
\end{aligned}$$

プログラム中でこの断面積を計算する場合、θ を変数とするよりも、Lorentz 不変量である invariant momentum transfer t を用いた方がより扱いやすい。t は $a + b \to 1 + 2$ 反応において、

$$t \equiv (p_a - p_1)^2 \tag{2}$$

で定義される。

$Q^2 = -t$ と置き換え、また LAB 系で

$$t = m_a^2 + m_1^2 - 2E_aE_1 + 2P_aP_1\cos\theta_{a1} \tag{3}$$

であるので、

$$\begin{aligned}
dt &= 2P_aP_1\, d\cos\theta_{a1} \\
&= \frac{1}{\pi}P_aP_1\, d\Omega \\
\frac{d\Omega}{dt} &= \frac{\pi}{P_aP_1}
\end{aligned} \tag{4}$$

ここで、$P = |\boldsymbol{p}|$ である。一方、GeV から μb への換算、

$$\left(\frac{1}{\mathrm{GeV}}\right)^2 = 389.39\ (\mu\mathrm{b}) \tag{5}$$

も考慮しなければならない。

式 1 および 4 より、

$$\frac{d\sigma_P}{dt}\ (\mu\mathrm{b/GeV}^2) = 389.39\,\frac{\pi}{E_\gamma P_\sigma}\,\Gamma_{\gamma\gamma}\,\frac{8\alpha Z^2}{M_\sigma^3}\,\frac{\beta^3 E_\gamma^4}{t^2}|F_{e.m.}(-t)|^2\sin^2\theta \tag{6}$$

となるが、θ は

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{t - m_\sigma^2 + 2E_\gamma E_\sigma}{2E_\gamma P_\sigma}\right) \tag{7}$$

で計算される。

1 form factor

球対称の電荷分布を持った原子核に対して、form factor $F(-t)$ は次のフーリエ変換で求めることが出来る。

$$F(-t) = 4\pi\int_0^\infty f(r)\frac{\sin\sqrt{-t}r/\hbar c}{\sqrt{-t}r/\hbar c}r^2\,dr \tag{8}$$

ただし、$f(r)$ は電荷分布関数であって、電荷密度と$\rho(r) \equiv Zef(r)$ の関係がある。従って form factor は、

$$1 = 4\pi\int_0^\infty f(r)r^2\,dr$$

で規格化される必要がある。

電荷分布関数として幾つかの関数型が考えられるが、簡単に Woods-Saxon 型のを用いた。

$$f(r) = \frac{f_0}{1 + \exp\left(\dfrac{r-c}{a}\right)} \tag{9}$$

f_0 : normalization factor
c : radius of the ditribution at half of its central value
a : diffuseness parameter

重い原子核について、以下の式が成り立つ。

$$c = 1.07\,\mathrm{fm}\cdot A^{1/3} \tag{10}$$

$$a = 0.54\,\mathrm{fm} \tag{11}$$

図 1 および図 2 に^{208}Pb と^{63}Cu についての $|F_{e.m.}(-t)|^2$を示す。

2　微分断面積

上で計算された form factor と式 6 を用いて、微分断面積を計算することが出来る。

この結果は図 3 と図 4 に示した。両方とも M_σ=0.6GeV の場合についての結果である。もし M_σ が小さい場合、式 6 から分かるように微分断面積は非常に大きくなる。$(\propto 1/M_\sigma^3)$

$\Gamma_{\gamma\gamma}$ は、Review of Particle Physics のデータ表によると 10 ± 6(keV) と報告されているが、安全側に 5keV とした。

3　Kinematicsプログラムへの導入

微分断面積をシミュレーションに反映させるために、次の手順を踏んだ。

1. その反応で起こりうる最大の微分断面積$\frac{d\sigma}{dt}|_{\max}$をあらかじめ調べておく。
2. ループ内で発生した t で微分断面積を計算し、$\frac{d\sigma}{dt}|_{\max}$ との割合 x を求める。
3. (0,1) 区間の一様乱数 ξ をと x を比較し、$(0 \leq \xi \leq x)$ であったら .true. 、$(x \leq \xi \leq 1)$ なら .false. を返す。
4. もし .true. であれば、イベントが起こったとみなし、そうじゃなければ次のループが始まる。

これらを今までのプログラムに組み込み、

$$\gamma\mathrm{Pb} \to \sigma\mathrm{Pb}\ ,\ \sigma \to 2\pi^0 \to 4\gamma$$

反応をシミュレートした。この結果を図 5 に示す。

M_σは計算時間短縮のため 0.6GeV に固定し、$\frac{d\sigma}{dt}|_{\max}$=45 (μ/GeV^2) とおく。detector は 5^oから 100^oまで覆われているとした時、4γ acceptance は 59.3% であった。

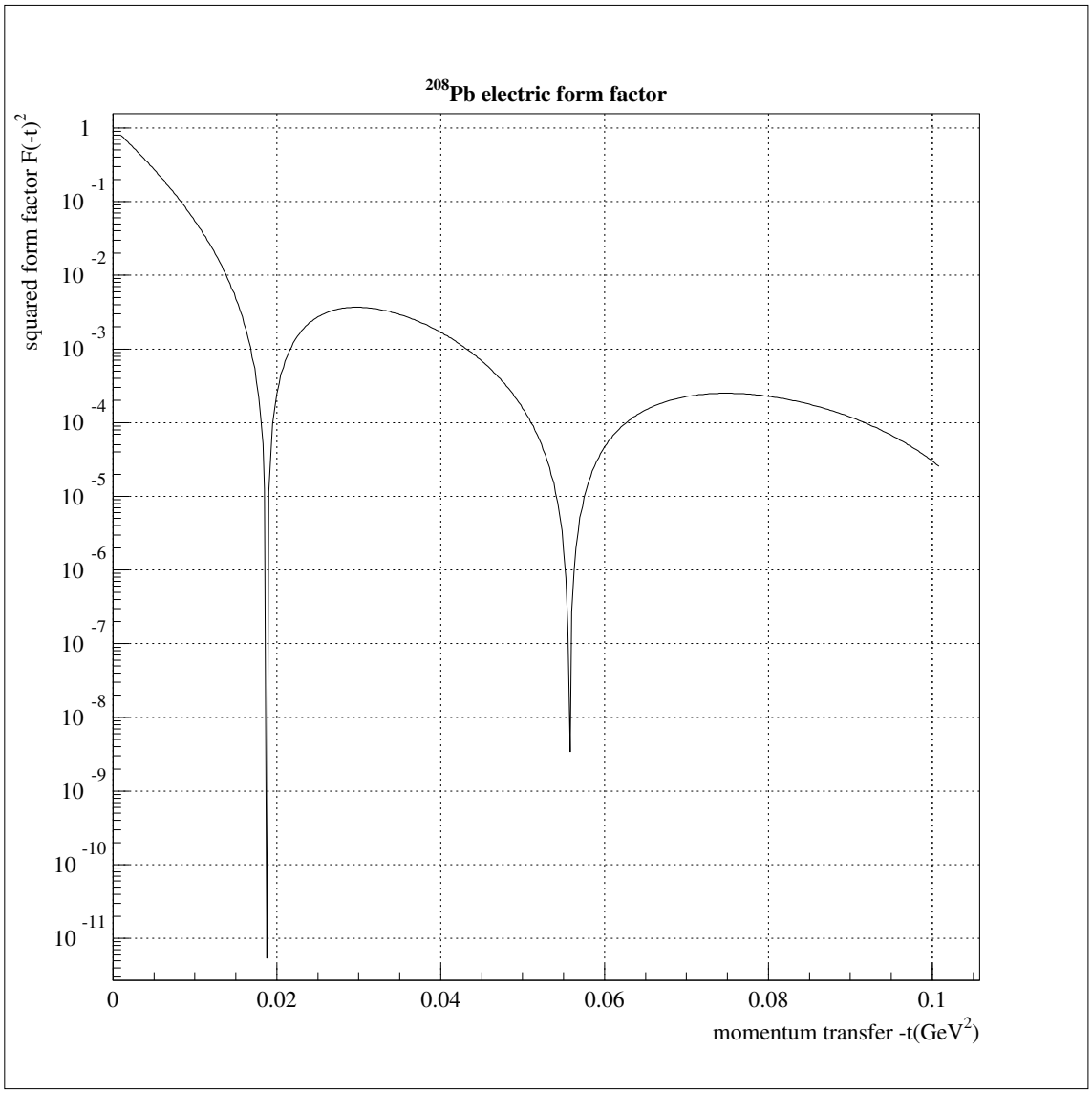

図 1: ^{208}Pb 原子核に対する form factor。

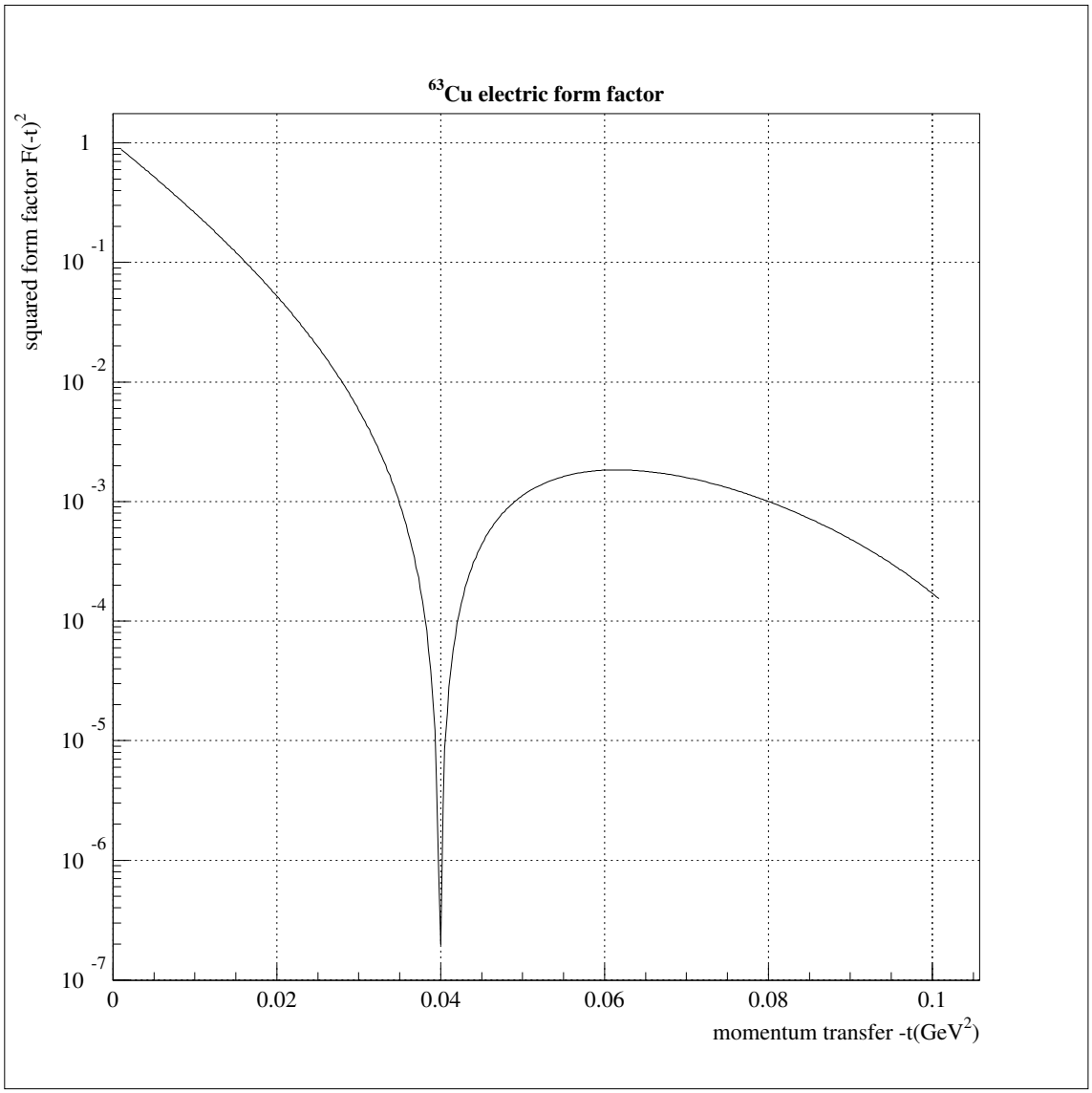

図 2: ^{63}Cu 原子核に対する form factor。

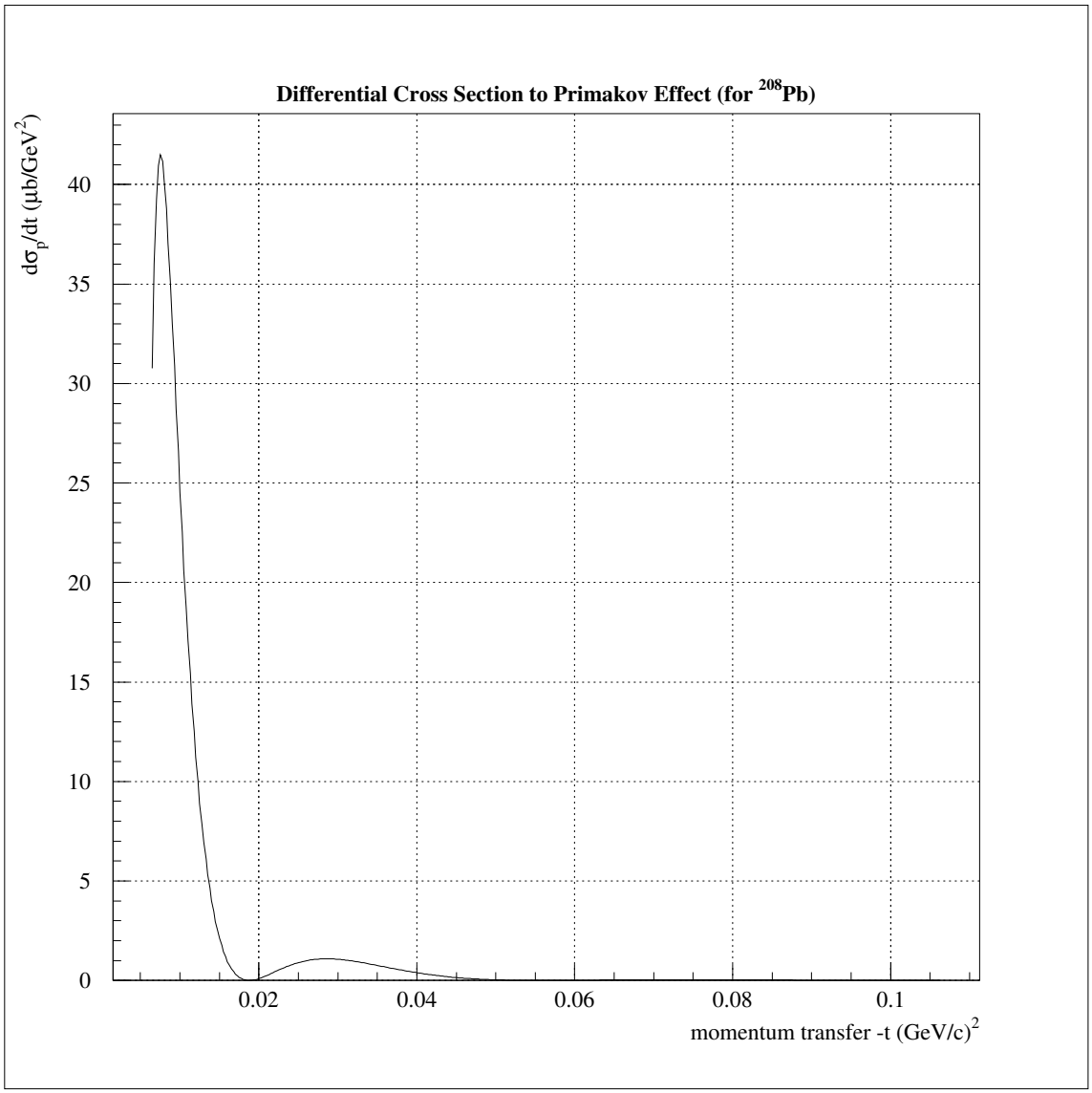

図 3: $^{208}\mathrm{Pb}$ 原子核に対する微分断面積。$M_\sigma 0.6\mathrm{GeV}$ についての場合である。

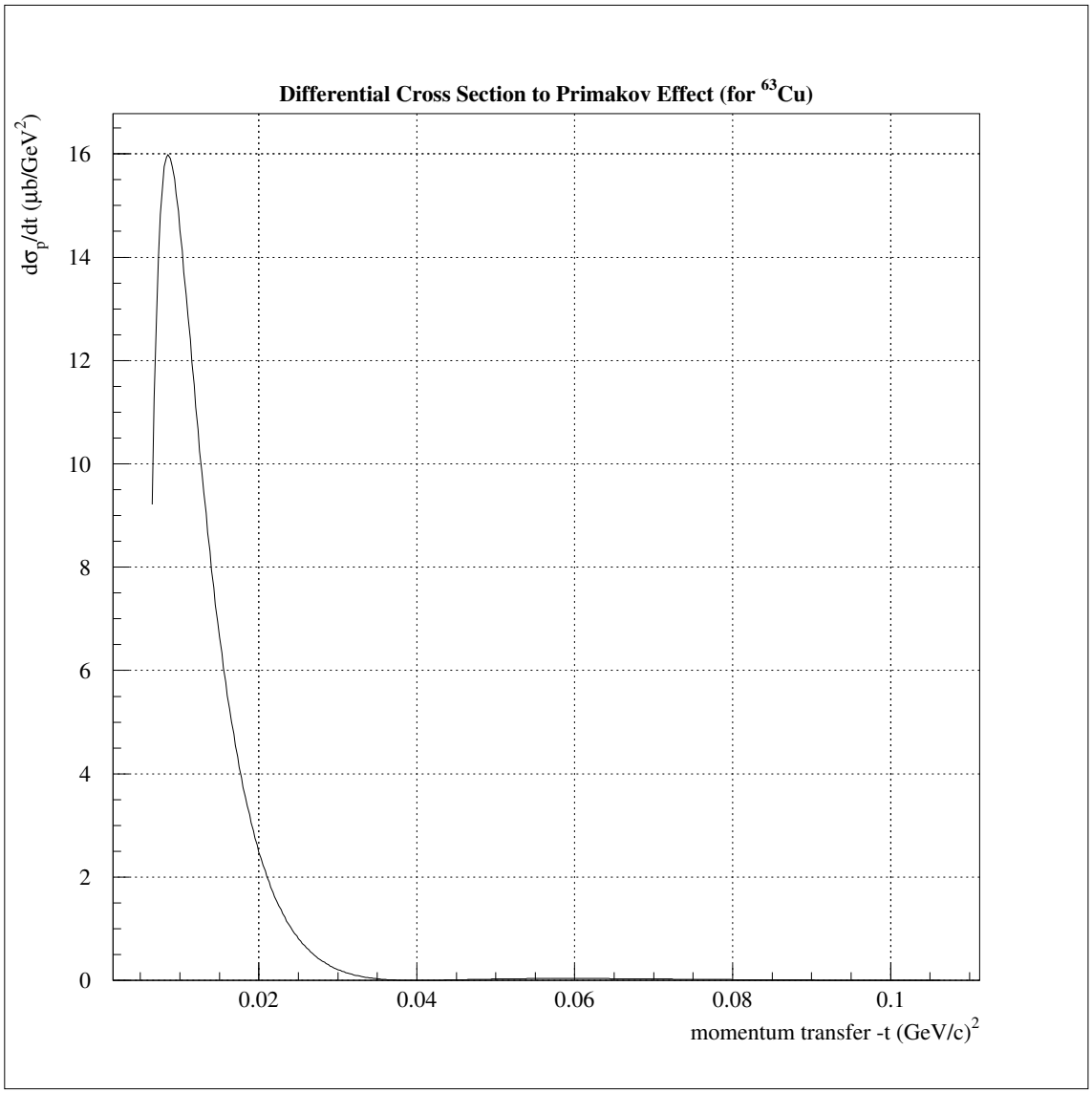

図 4: $^{63}\mathrm{Cu}$ 原子核に対する微分断面積。$M_\sigma 0.6\mathrm{GeV}$ についての場合。

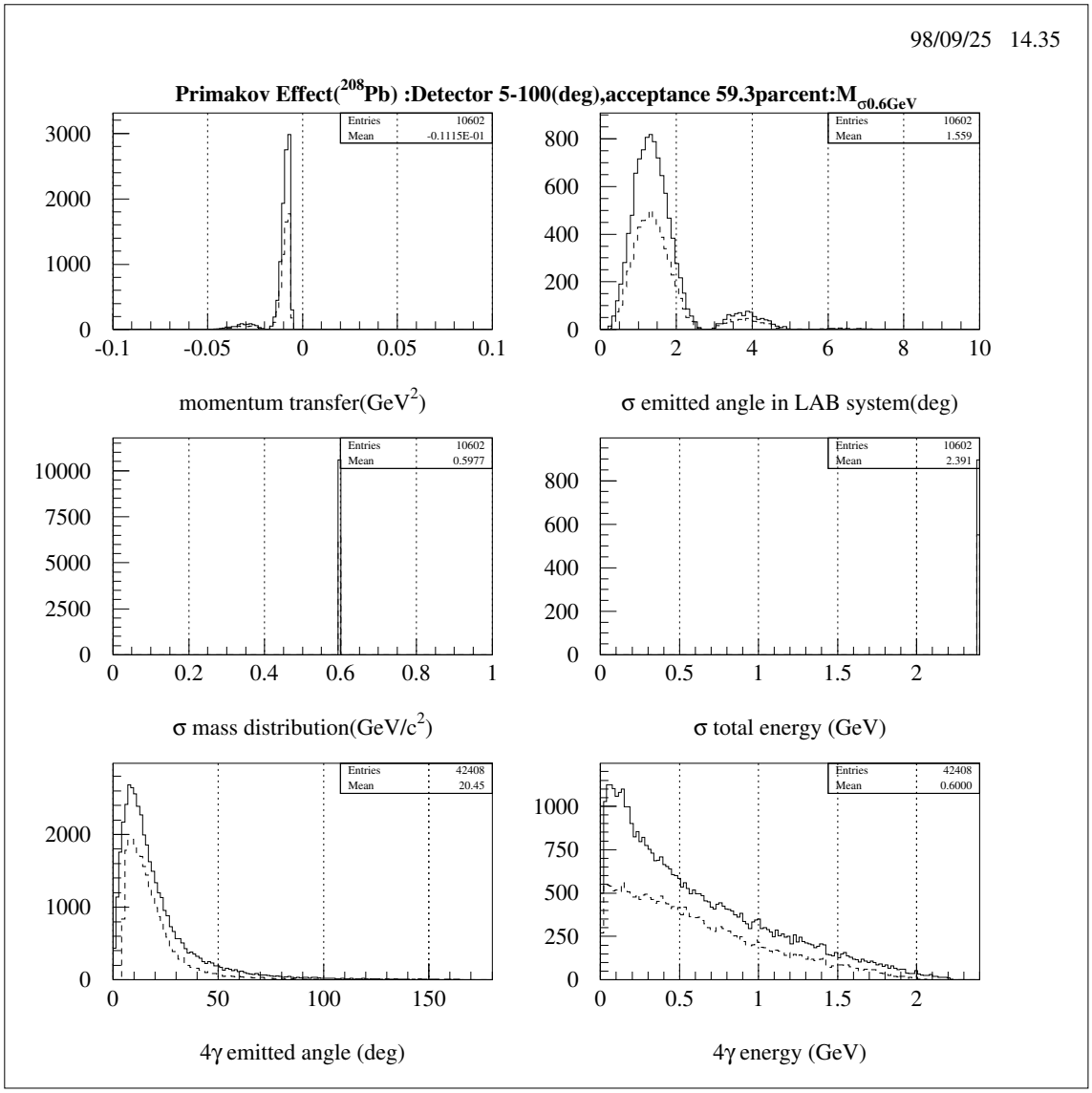

図 5: ^{208}Pb 原子核による Primakov effect で生成された $\sigma \to 2\pi^0 \to 4\gamma$ のシミュレーション結果。ただし、M_σは 0.6GeV に固定されていることと detector の分解能は考慮されていない事に注意。破線は 5^oから 100^oで accept したもの。