PbF_2 結晶を用いた電磁カロリーメーターの応答特性

山形大学
クォーク核物性研究グループ 修士 2 年
吉田 祐樹

平成 15 年 3 月 15 日

概 要

PbF_2 結晶の密度は $7.77\ g/cm^3$、輻射長は $0.93\ cm$、耐放射線性は $10^3\ Rad$、屈折率は 1.82 であり透過率の下限は $280\ nm$ である。チェレンコフ光輻射体として結晶を考える場合「紫外域で透明度が優れていること」「原子番号の高い元素を含み密度が高いこと」「耐放射線性が高いこと」が条件として挙げられる。これらを満たす PbF_2 結晶は電磁カロリーメーターとして適しているチェレンコフ輻射体であると言える。

大型の PbF_2 結晶を作るのは困難とされてきた。しかし、大型 $(20\ mm \times 20\ mm \times 100\ mm(11\ X_0))$ の PbF_2 結晶の試作に成功したのでビームテストを行った。

ビームテストの結果によると $1\ MeV$ あたり約 1.3 個の光電子が得られ、エネルギー分解能は $3.3\ \%/\sqrt{E}_{(GeV)}$ であることがわかった。

本論文では PbF_2 結晶の一般的性質およびビームテストの解析手順などについて言及する。

目 次

第 1 章　序論 **2**
1.1　本研究の背景 2
1.2　研究目的 2

第 2 章　PbF_2 結晶の特性 **3**
2.1　チェレンコフカウンター 3
2.1.1　チェレンコフ効果 4
2.2　PbF_2 結晶の育成 8
2.3　PbF_2 結晶の透過率 9
2.4　耐放射線強度と UV 光による回復 11
2.5　PbF_2 結晶の特徴 13
2.6　他のチェレンコフ輻射体との比較 14

第 3 章　ビームテスト **15**
3.1　ビームライン 15
3.2　PbF_2 結晶の配置 17
3.3　セットアップ 19
3.4　トリガー条件 21
3.5　回路 21
3.6　タイミング 21

第 4 章　解析 **23**
4.1　PMT のゲイン測定 23
4.1.1　PMT のゲインとは 23
4.1.2　PMT のゲイン測定のセットアップ 23
4.1.3　ポアソン分布 24
4.1.4　ゲインの計算 25
4.2　$MWPC$ でのビームのトラッキング 27
4.2.1　$MWPC$ の原理 27
4.2.2　イベントの抽出 27
4.2.3　$MWPC$ の位置合わせ 29
4.2.4　$MWPC$ によるイベントの選択 30

4.3 ビームの運動量の計算 32
4.4 エネルギーキャリブレーション 34
4.5 各結晶出力の足し合わせ 37
4.6 ハドロンに対する応答 39
4.7 電子に対する応答 40
4.7.1 イベントの選択 40
4.7.2 電子の ADC 分布の分散 σ の求め方 41
4.8 直線性 43
4.8.1 1 次関数のあてはめ (原点を通した場合) 43
4.8.2 $Geant4$ でのシミュレーション 44
4.8.3 1 次関数のあてはめ (原点を通さない場合) 46
4.9 獲得光電子数 47
4.10 エネルギー分解能 49
4.10.1 エネルギー分解能とその誤差 49
4.10.2 エネルギー分解能のあてはめ 51
4.10.3 直線性、獲得光電子数、エネルギー分解能の考察 53

第 5 章 まとめ **55**
5.1 まとめ 55

参考文献 **56**

謝辞 **58**

第1章　序論

1.1　本研究の背景

茨城県つくば市にある高エネルギー加速器研究機構 (KEK) において 12 GeV 陽子シンクロトロン $(KEK-PS)$ を用いた CP 非保存の K 中間子稀崩壊過程である $K_L^0 \to \pi^0\nu\bar{\nu}$ の分岐比測定 $(KEK-PS\ E391a)$ が計画され、現在準備段階にある。

この実験に用いられる、検出器を構成する $veto$ システムの 1 つであるビームキャッチャーにおいて PbF_2 結晶が用いられるか検討されていたが、製造コストと結晶の大型化に問題があるために鉛とプラスティックシンチレータとのサンドイッチ構造の検出器が用いられることとなった。

現段階において PbF_2 結晶は応用光研工業株式会社との研究開発で $20\ mm \times 20\ mm \times 100\ mm(11\ X_0)$ の大型の結晶の育成に成功しており、大型の結晶の育成方法が確立しつつある。

1.2　研究目的

第 2 章で詳しく述べるが PbF_2 結晶は高エネルギー領域の電磁カロリーメータとして非常に優れた特性をもっている。それにもかかわらず、PbF_2 結晶の電磁カロリーメーターとしての実験報告は少ない。

検出器としての結晶の性能を評価するためには実際にビームを当て、結晶の応答を研究することは非常に重要である。

そこで本論文では大型 $(20\ mm \times 20\ mm \times 100\ mm(11\ X_0))$ の PbF_2 結晶を 3×3 の配列に組み、$1.5 \sim 4.0\ GeV/c$ の電子、ハドロンビームを照射した実験において

- エネルギー分解能
- 応答の直線性
- 獲得光電子数

等を調べたので報告する。

第2章　PbF_2結晶の特性

PbF_2 結晶はシンチレータではなくチェレンコフ輻射体である。そのため、この章ではまずチェレンコフ光の説明から入り、次に PbF_2 結晶の育成、特徴・性質を述べて行く。

2.1　チェレンコフカウンター

チェレンコフ効果は荷電粒子が誘電体中を光の速度を超える速度で走るときに起こる。誘電体の屈折率と粒子の速度により決められた角度で光子は放出される。チェレンコフ光の発光閾値は誘電体の屈折率と粒子の速度により決まる。

チェレンコフ光の発光を利用しているものに「カロリーメーター」、「閾値型のカウンター」、「リングイメージ型カウンター」等がある。以下にその説明をする。

カロリーメーター

チェレンコフ光は電子線や γ 線のエネルギーを測定するためにカロリーメーターとしても利用できる。放射線計測器としてのカロリーメーターは物質内で放射線を停止させて、その時発生する熱量、電離イオン数または電子数、シンチレーションの発光量等が放射線のエネルギーにほぼ比例していることを用いている。一般には結晶内での発生熱量、液体やガス中での電離イオン数または電子数、プラスティックシンチレータや CsI などのシンチレーション発光量などを測定して放射線のエネルギーを求めている。チェレンコフ光はシンチレーション光に比べて発光量が非常に少ないので、π 中間子や陽子のエネルギーの測定にはチェレンコフ光を利用したカロリーメーターは不向きである。しかし、電子線や γ 線は物質中で多数の電子、陽電子、γ 線からなるシャワーを作り、電子、陽電子は質量が小さいので容易にチェレンコフ光を発光する。その発光量を測定して電子線や γ 線のエネルギーが求められる。これが本結晶の使用法である。

閾値型のカウンター

運動量が同一であっても粒子の種類が異なれば質量の違いにより粒子の速度に違いが生まれる。適当な屈折率の物質を選び、チェレンコフ光の発光閾値を調節することにより速度の違いによるチェレンコフ光の有無で荷電粒子の種類を識別できる。

有名な閾値型のカウンターの 1 つとしてとしてガスチェレンコフカウンターがあり、今回行ったビームテストでも電子とハドロンの粒子識別に用いている。

リングイメージ型カウンター

円錐状に放出されるチェレンコフ光のリングのイメージを観測することにより粒子識別や粒子の運動量を測定する。

2.1.1　チェレンコフ効果

ある液体の中に放射線物質を入れた時青白い光を出すことが初期の放射線の調査により判っていた。この効果は 1930 年代にこの現象を調べたロシアの物理学者チェレンコフの名前からチェレンコフ効果と呼ぶ。チェレンコフ効果は荷電粒子の速度が誘電物質中の光の速度 (c/n) を超えたときに荷電粒子の進行方向に対してある一定の角度 θ で光子を出す現象である。ここで n とは物質の屈折率である。この現象は非相対論的な古典理論においては、誘電体が粒子の通過前後において非対称分極を誘発し、時間と共に変化する電気 2 重極をもつため発光すると解釈される。これは下の式で関係付けられている。

$$\cos\theta = \frac{1}{\beta n} \tag{2.1}$$

ここで

$$\beta > \frac{1}{n} \tag{2.2}$$

である。物質の屈折率は温度と波長の関数である。図 2.1 は PbF_2 結晶の屈折率 n 対波長の関係を示している。一般的に入射波長 λ が長くなるにつれ n が減少する傾向にあると言える。$dn/d\lambda$ は光の分散に関係する。分散はスペクトルの紫外線 (UV) 部分が最も大きい。また、温度の変化は一般的に小さい。例えば可視光部の BaF_2 で、$dn/dT \simeq -15 \times\ 10^{-6}$ /℃ である。

粒子の速度 β の関数としての $\cos\theta$ の値はそれぞれの n の値として図 2.2 に載せる。式 (2.1) によれば閾値の速度 $\beta_t = 1/n$ の速度を下回ると発光しないので図 2.2 のグラフは $\theta = 0$ で途切れる。粒子の速度が β_t を超え上がれば上がる程、$\beta = 1$、$\theta_{max} = \cos^{-1}(1/n)$ になるまで、光は大きい角度で放たれる。

式 (2.1) はホイヘンスに由来して考えることができる。その構造を図 2.3 に示す。図 2.3 は 1、2、3 と時間が経過して行く様子を表している。$\beta > 1/n$ の図で球の接平面は粒子の軌跡と θ をなす角度で物質を通る固有平面電磁波を表している。干渉による等相面は $\beta < \beta_t$ の時ではなく、$\beta > \beta_t$ の時形成される事が見てわかる。

粒子の電荷を Ze として、単位長さあたり、単位振動間隔 $d\omega$ あたりの放出されるエネルギーの量は以下の式で与えられることがわかっている。

$$\frac{dE}{dxd\omega} = \frac{Z^2 r_e m c^2}{c^2}(1 - \frac{1}{\beta^2 n^2})\omega \tag{2.3}$$

ここで r_e は古典電子半径である。放出される放射線は粒子の電荷の自乗と、振動数により線形的に増加する事がわかる。次は 1 つの荷電粒子について考えてみると、式 (2.3) を放射線の波長 λ を用いて表すと

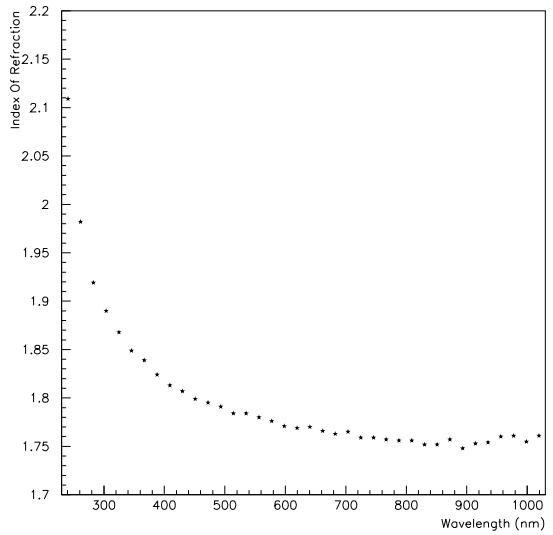


図 2.1: PbF_2 結晶の屈折率 [2]

$$\frac{dE}{dxd\lambda} = 4\pi^2 r_e mc^2 \frac{1}{\lambda^3}(1 - \frac{1}{\beta^2 n^2}) \tag{2.4}$$

となり、放出されるエネルギーは短波長で強いピークが立つことがわかる。放出される光子の数 N で式 (2.4) を書き直すと

$$\frac{dN}{dxd\lambda} = 2\pi\alpha \frac{1}{\lambda^2}(1 - \frac{1}{\beta^2 n^2}) \tag{2.5}$$

ここで α は微細構造定数である。単位長さあたり放出される光子数は

$$\frac{dN}{dx} = 2\pi\alpha \int_{\beta n>1} (1 - \frac{1}{\beta^2 n^2(\lambda)}) \frac{d\lambda}{\lambda^2} \tag{2.6}$$

で表される。実際は $\beta n > 1$ の状態は電磁スペクトル内の紫外部から赤外部までという一部の部分でしか満たさない。もし変動 $n(\lambda)$ が λ_1 から λ_2 の波長の部分で小さければ、単位長さあたり放出するエネルギーは

$$\frac{dE}{dx} = 2\pi^2 r_e mc^2 \sin^2\theta (\frac{1}{\lambda_1^2} - \frac{1}{\lambda_2^2}) \tag{2.7}$$

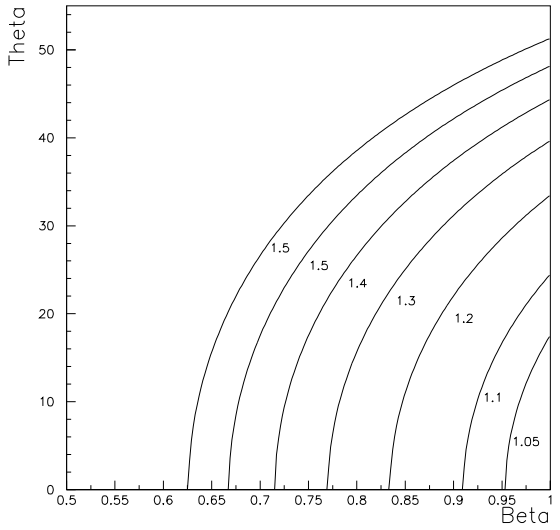


図 2.2: 各屈折率での β と θ の関係。図中の数字は屈折率を表す。

と簡単にできる。一方、光子量は

$$\frac{dN}{dx} = 2\pi\alpha \sin^2\theta(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}) \tag{2.8}$$

となる。

また、発光波長分布 $dN/d\lambda$ は

$$\frac{dN}{d\lambda} \propto \frac{\sin^2\theta}{\lambda^2} \tag{2.9}$$

であることもわかる。

ここで式 (2.7) と (2.8) を用いて単位長さあたりにチェレンコフ輻射により放出されるエネルギーと光子の個数を見積もってみる。$\beta n > 1$ の状態は紫外部から赤外部までなので λ_1 は 200 nm、λ_2 は 3 μm として考えると、

$$\frac{dE}{dx} = 7060\sin^2\theta \quad eV/cm \tag{2.10}$$

$$\frac{dN}{dx} = 2293\sin^2\theta \quad photons/cm \tag{2.11}$$

となる。しかし、これはプラスティックシンチレーターのイオン化によるエネルギー損失 $\sim$2 MeV/cm と放つ光の約 2 桁弱いことになる。

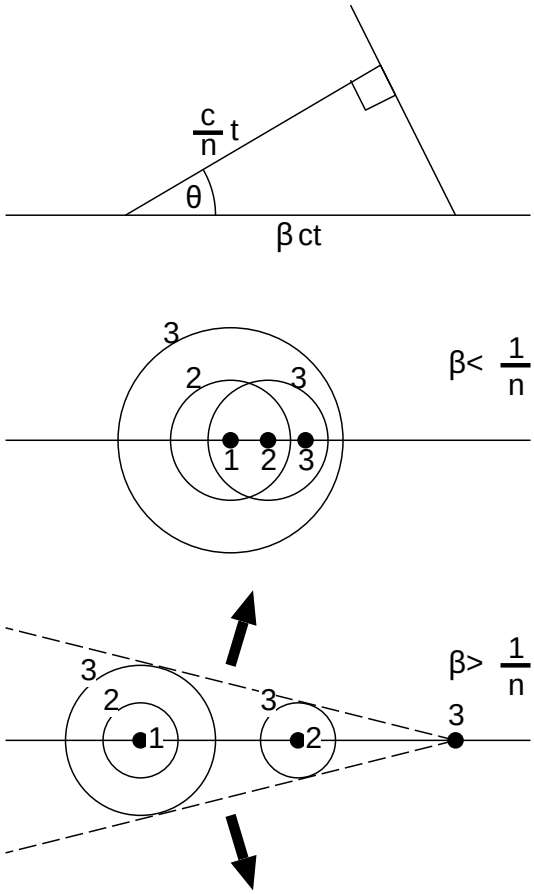


図 2.3: 球の等相面に拡張したホイヘンスの構造の 3 つの時間の例

また、PbF_2 結晶とビームテストで使用する浜松ホトニクス社製の $3/4$ インチ $R4125UV$ の光電子増倍管 (PMT) による組み合わせで検出されるエネルギーと光子数を見積もってみる。PMT の UV ガラスは波長感度が約 $200 \sim 500\ nm$ と考えられる。しかし、PbF_2 結晶の透過率が図 2.5 によると約 $280\ nm \sim$ となっているため、λ_1 は $280\ nm$、λ_2 は $500\ nm$ とする。また、高エネルギーの電子は $\beta \simeq 1$ となるので、

$$\frac{dE}{dx} = 1150 \quad eV/cm \tag{2.12}$$

$$\frac{dN}{dx} = 520 \quad photons/cm \tag{2.13}$$

と見積もれる。

2.2　PbF_2 結晶の育成

PbF_2 は以下のような性質を持っており 824 ℃で分解することなく溶融するので融液から結晶を育成することができる。ただ 288 ℃で低温相 (斜方晶:塩化鉛型) から高温層 (立方相:蛍石型) への構造相転移があるのが特徴である。なお、結晶の育成にはブリッジマン法[1] (引き下げ法) を用いた。

	低温相	高温相
結晶系	斜方晶系	立方晶系
空間群	Pnma (Z=4)	Fm3m (Z=4)
結晶構造	塩化鉛型	蛍石型
格子定数 (Å)	a=6.42 b=3.89 c=7.63	a=5.94
密度 ($10^3 kg/m^3$)	8.4	7.7
融点	824 ℃	
沸点	1293 ℃	
転移温度	288 ℃	
溶解度	(/100 g H_2O at 20 ℃)　6.4×10^{-2}	
Mohs 硬度	~ 3	
Knoop	200	
劈開	(111) 弱い	

表 2.1: PbF_2 の性質 [3]

転移温度 288 ℃に比べ融点 824 ℃と高いので出発原料中に斜方晶があっても融点から固化するときには立方晶として現れる。しかし、転移温度よりも低い温度に冷却されるときには不純物が構造相転移の核となるか、または冷却温度が小さい場合には転移温度近傍に留まる時間が長くなるため低温相が大きく成長できると考えられる。低温相の析出をなくすためには純度の良い原料を使用し、転移温度付近から室温までは速い速度で冷却する必要がある。

結晶を作る際には低温相の析出を防ぐために相転移温度より低い温度領域では早い速度で冷却しなければならない。従ってクラックの発生を押さえるために、結晶の中心と周辺の温度差を小さくしなければならない [3]。

[1] 正しくは $Bridgman-Stockbarger$ 法といい、原料融液をるつぼに入れて一端を種結晶に接触させ、融液部分を融点以上に保ちながら種結晶端から少しずつ冷却・固化させて、結晶を成長させていく方法。

2.3　PbF_2 結晶の透過率

PbF_2 結晶を含む様々なチェレンコフ輻射体の透過率のグラフを図 2.4 に載せる。他の結晶、特に代表的なチェレンコフ輻射体である 4 番の鉛ガラス $SF5$ と比べると、2 番の PbF_2 結晶は短波長で透過率が非常に優れていることがわかる。式 (2.9) が表すようにチェレンコフ光は短波長の光ほど多いので、紫外域での透過率は PMT への到達光量を増やす点でとても重要になる。

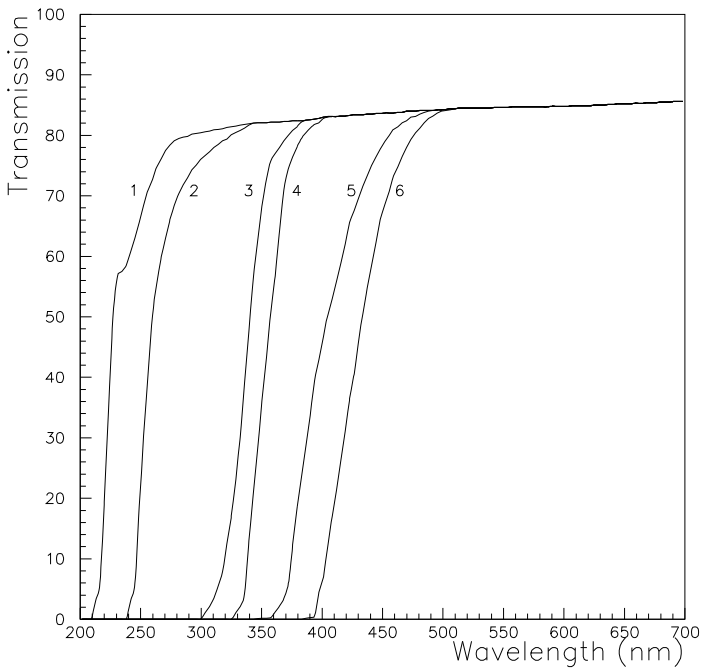


図 2.4: チェレンコフ輻射体の透過率。[2]

1 : $BaYb_2F_8 + Gd(1.28\%)$
2 : PbF_2
3 : $TlHCO_2(688g) + H_2O(100g)$
4 : $LeadGlass\ SF5$
5 : $LeadGlass\ SF6$
6 : $LeadGlass\ SF2R$

今回使用する PbF_2 結晶の透過率のグラフを図 2.5 に載せる。測定に使用した装置は日立製作所製 $U-3210$ 型 自記分光光度計で、測定条件は $185 \sim 700\ mm$ である。図 2.4 と異なり波長が $300\ nm$ 付近に吸収がある事が見てわかる。その違いは原材料の不純物濃度の違いであると考えられる。吸収帯を作る元素は Ca である事がわかっているので、今回使用する PbF_2 結晶は原材料に Ca が少し混ざっていたと言える [3]。

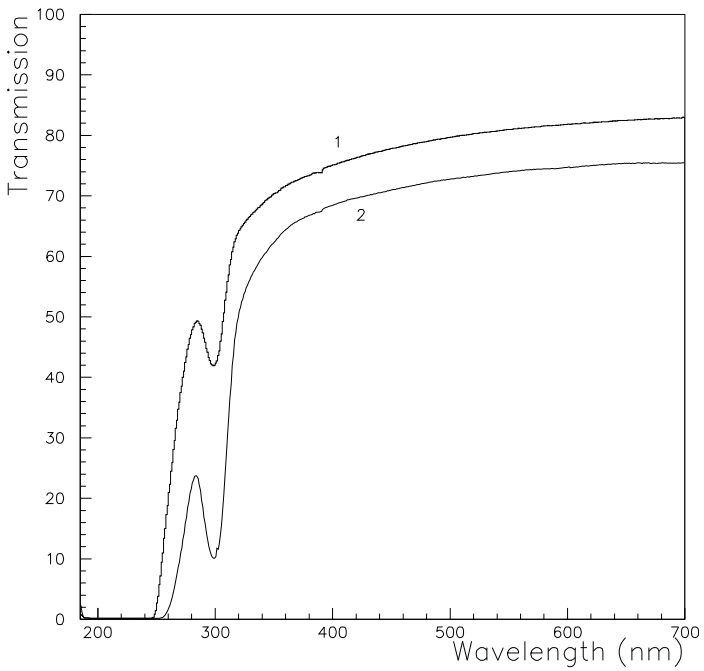


図 2.5: PbF_2 結晶の透過率。

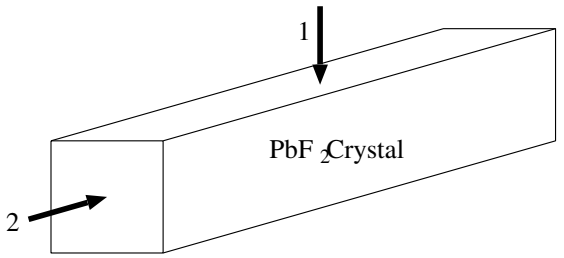


図 2.5 の番号 1、2 は左図の様に
　1：横向き (幅方向)
　2：縦向き (長手方向)
として測定した結果である。

2.4　耐放射線強度と UV 光による回復

放射線照射により結晶組織が変化すると、それに対応して機械的性質が変化する。しかし、変化した試料に UV 光を照射することにより変化した結晶組織が変化前の状態に回復し、それに伴い機械的性質も回復することがわかっている。

そこで、透過率によって PbF_2 結晶の耐放射線強度と UV 光による回復を調べたデータがあるので図 2.6 に引用する。これは直径 3 cm、厚さ 1 cm の小サンプルでコバルト γ 線の照射前、10^4、10^6、10^7、10^8 Rad 照射後の透過率と γ 線照射後に 5 分または 30 分間 UV 光を照射し、その回復度を調べたものである [2]。

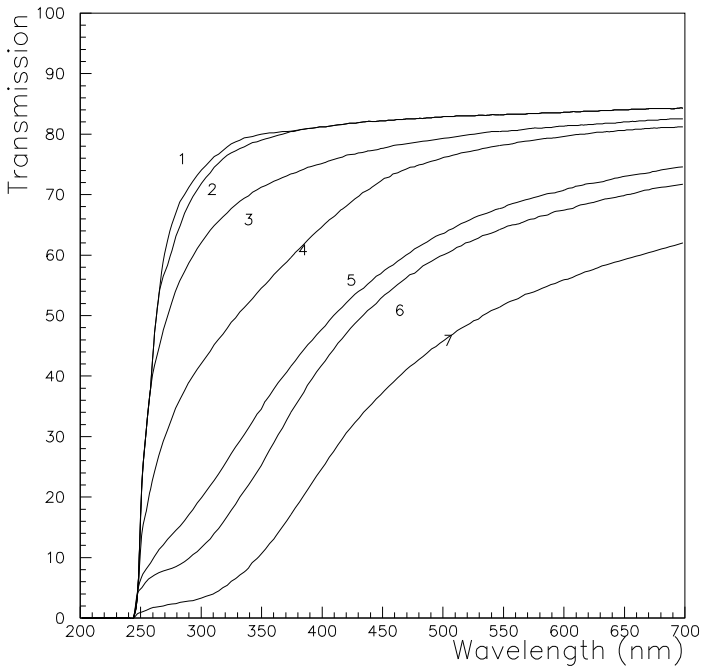


図 2.6: PbF_2 結晶の耐放射線強度。[2]

1　：　照射前、及び、10^7 Rad 照射後 30 分間 UV
2　：　10^7 Rad 照射後 5 分間 UV
3　：　10^4 Rad 照射後
4　：　10^6 Rad 照射後
5　：　10^7 Rad 照射後
6　：　10^8 Rad 照射後 30 分間 UV
7　：　10^8 Rad 照射後

図 2.6 から透過率は $10^4\ Rad$ でも悪くなっており、$10^8\ Rad$ 以上で UV 光を照射しても回復しないことがわかる。また $10^7\ Rad$ の γ 線照射と UV 光照射を 10 回繰り返し、放射線損傷の進み具合を調べたデータも図 2.7 に引用する。

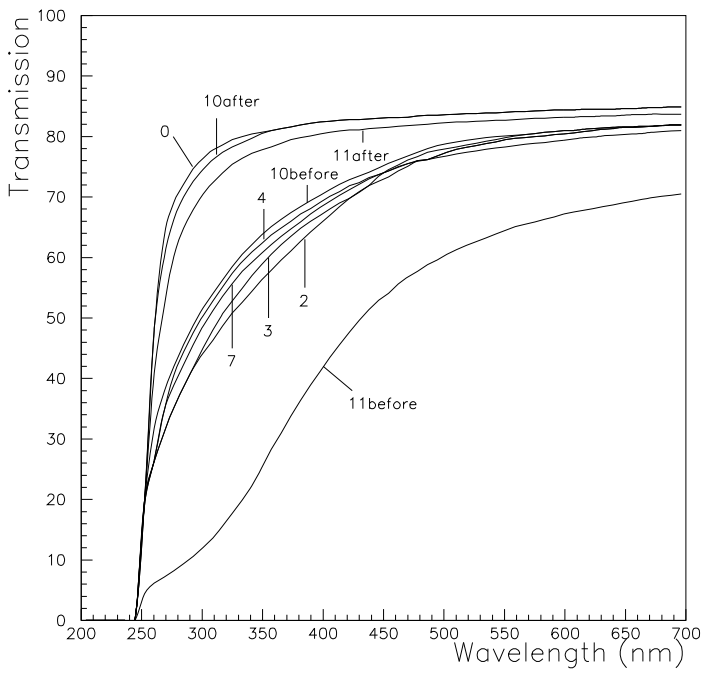


図 2.7: PbF_2 結晶の $10^7\ Rad$ 照射と UV 光による回復。[2]

0	:	照射前、及び、1 回目から 9 回目照射後に 30 分間 UV
2	:	2 回目の $10^7\ Rad$ 照射後
3	:	3 回目の $10^7\ Rad$ 照射後
4	:	4 回目の $10^7\ Rad$ 照射後
7	:	7 回目の $10^7\ Rad$ 照射後
$10before$	:	10 回目の $10^7\ Rad$ 照射後
$10after$	:	10 回目の $10^7\ Rad$ 照射後 30 分間 UV
$11before$	:	10 回目の $10^8\ Rad$ 照射後
$11after$	:	10 回目の $10^8\ Rad$ 照射後 30 分間及び 7 時間 UV

2.5　PbF_2 結晶の特徴

チェレンコフ光輻射体として結晶を考える場合、一般的に以下条件を満たしているほど良い結晶である。

1. 他の物質に比べ特に紫外線部で透明度が優れていること。
   - 式 (2.9) より、チェレンコフ光は短波長の光ほど多いため。
2. 原子番号の高い元素を含み密度が高いこと。
   - γ 線が物質内でシャワーに変換される目安となる長さは輻射長 X_0 で表される。輻射長 X_0 は物質の密度を d、原子番号を Z とすると以下の関係がある。

     $$X_0 \propto \frac{1}{d \cdot Z(Z+1)}$$

     これから高密度で原子番号の高い物質ほどコンパクトなカロリーメーターができることがわかる。
3. 耐放射線性が高いこと。
   - 放射線損傷に弱ければ結晶の状態が変わってしまうため実験には使えない。逆に、強ければ長期の実験にも用いることができる。

これらの条件を満たし、このほかにも潮解性がないことから PbF_2 結晶は非常に優れた輻射体であると言える。

短所は高価格である。鉛ガラス程度の価格に下がれば大量使用の機会もあるが、現在の価格では結晶の優れた点を生かした特殊な使用法に限られる。

2.6　他のチェレンコフ輻射体との比較

他のチェレンコフ輻射体との比較を以下の表にまとめた。

各輻射体はそれぞれ特徴をもっている。代表的なチェレンコフ結晶である鉛ガラスは安価で普及しているが耐放射線性が弱く長期の実験には向かない。高密度の鉛ガラスである $SF6$ でさえ Na_2O や SiO_2 を含むため密度は $5.15\ g/cm^3$ 止まりで、輻射長も $1.7\ cm$ である。他に蟻酸タリウムなどの重液も研究されてきたが、毒性や中密度などのためにあまり利用されていない。

結晶名	密度 $[g/cm^3]$	輻射長 $[cm]$	耐放射線 $[Rad]$	屈折率
PbF_2	7.77	0.95	10^3	1.82
$SF5$ (55 % PbO)	4.07	2.25	10^2	1.67
$SF6$ (71 % PbO)	5.19	1.69	10^2	1.81
$SF2R$ (51 % PbO)	3.85	2.81	$\sim 10^5$	1.65
$BaYb_2F_8$ (1.28 % Gd)	7.0	1.82	10^7	1.76

表 2.2: PbF_2 結晶と代表的なチェレンコフ輻射体との比較

PbF_2 結晶は他の輻射体と比べ輻射長も耐放射線性も良い値となっている。その中でも特筆すべきは輻射長であり、現在実用化されているチェレンコフ輻射体の中で最も優れている。

また式 (2.1) よりチェレンコフ輻射体で重要となる屈折率は 1.82 でチェレンコフ光の発光閾値は電子の場合で $336\ keV$ となっている。

第3章　ビームテスト

ここでは 2001 年 11 月 15 日から 18 日にかけて行われたビームテストについて載せる。

3.1　ビームライン

ビームテストは高エネルギー加速器研究機構 (KEK) 陽子シンクロトロン (PS) の $\pi 2 - A$ ビームラインで行なった。$12\ GeV$ 陽子シンクロトロンは、

前段加速器 $-$ 線形加速器 $-$ ブースター加速器 $-$ PS 主リング

と 4 つの段階で加速される陽子加速器である。
最初から陽子を加速するのではなく、まず負の水素イオンが加速される。

1. 前段加速器

   前段加速器で負の水素イオンは $750\ keV$ まで加速される。

2. 線形加速器 (リニアック)

   線形加速器に入ってきた粒子は $200\ MHz$ の高周波電波により $40\ MeV$ まで加速され、小型のシンクロトロンであるブースター加速器に打ち込まれる。

3. ブースター加速器

   線形加速器から打ち込まれた負の水素イオンはごく薄い炭素の膜を通り、この時初めて電子を剥ぎ取られて陽子になる。陽子になった粒子はブースターによって約 8 万回円形軌道をまわり $500\ MeV$ まで加速され主リングに入射される。

4. PS 主リング

   主リングは直径 $108\ m$ のシンクロトロンで、陽子は約 50 万回軌道をまわるうちに $12\ GeV$ まで加速される。

以上の過程が 4 秒に 1 回づつ繰り返される[1]。

[1] このサイクルをスピルという。

$12\ GeV$ まで加速された陽子は主リング加速管内に内部標的を置くことによりそれに衝突し、π 中間子、K 中間子、反陽子等の 2 次粒子を生みだす。今回の実験ではその 2 次粒子ビームを使用した。

内部標的から $\pi 2$ ビームラインの様子を図 3.1 に載せる。

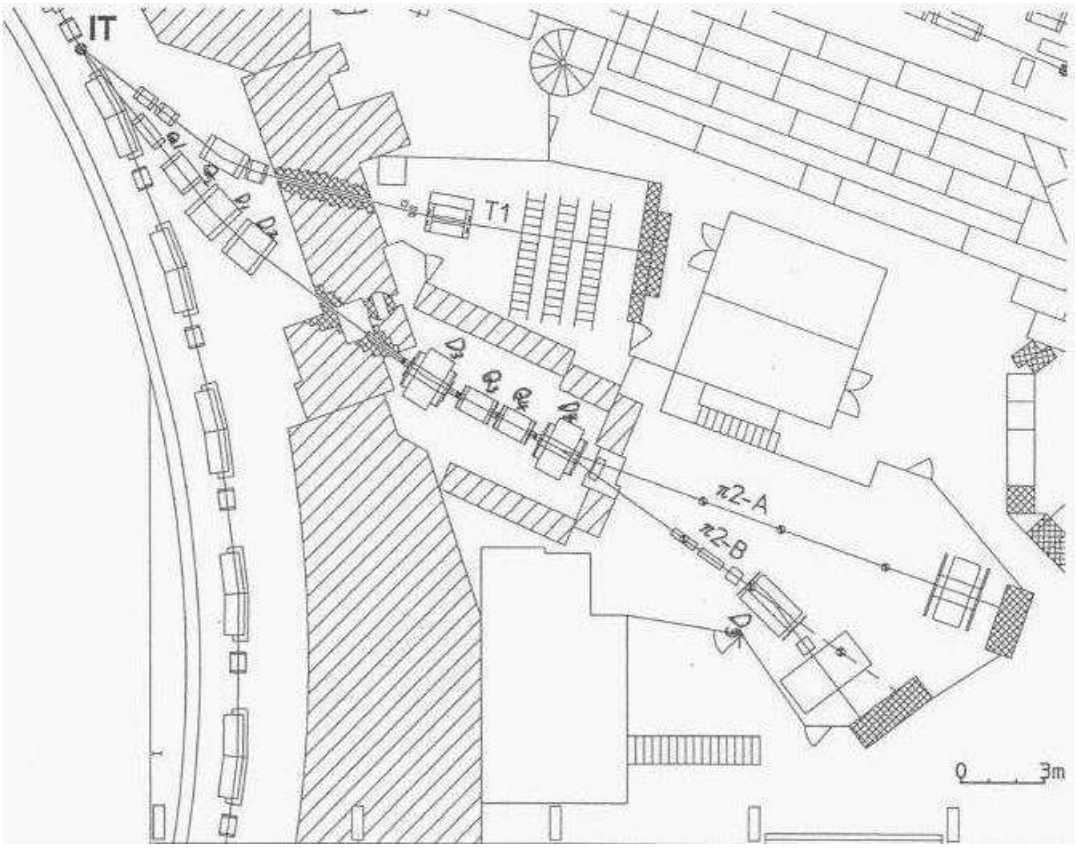


図 3.1: 内部ターゲットから $\pi 2 - A$ ライン。図の IT が内部標的である。

$\pi 2$ ビームラインは内部標的から主リング加速管に対し 10° 方向に 2 次粒子ビームを取り出し、最高 $4\ GeV/c$ の性能を持つ。また、アクセプタンスは約 $0.6\ msr$ で運動量バイトは $\pm 1.0\ \%$ となっている。

$\pi 2$ ラインの構成要素は内部標的 $(Internal\ Target)$ から順に $Q1-Q2-D1-D2-D3-Q3-Q4-D4$ と配置され D は双極電磁石であり、Q は 4 極電磁石である。双極電磁石はビームの軌道を曲げる役割をする電磁石であり、これにより望んだ運動量を持つ粒子を導ける。4 極電磁石は粒子を収束させるレンズの役割をする電磁石である。内部標的から $Q4$ まで来た粒子は $D4$ により A ラインに出るか B ラインに出るかふりわけられる。

$\pi 2 - A$ ビームラインに出て来る 2 次粒子としては、π 中間子、陽子が多いが、その他に電子、μ 粒子も 2 次粒子としてラインに入ってくる。

今回このようなビームラインで $1.5 \sim 4.0\ GeV/c$ の $0.5\ GeV/c$ 刻みで測定を行った。

3.2　PbF_2 結晶の配置

1 本あたり、$20\ mm \times 20\ mm \times 100\ mm(11\ X_0)$ の PbF_2 結晶をそれぞれの結晶に反射材としてテフロンテープを巻き、図 3.2 の様に 3 × 3 に組み上げた。また組み上げる前に結晶の透過率を少しでも上げるため、結晶を 1 ミクロンのアルミナで研磨した。その後、図 2.5 のように透過率を測定し、透過率の高い結晶から、中央、上下左右、4 隅と配置した。

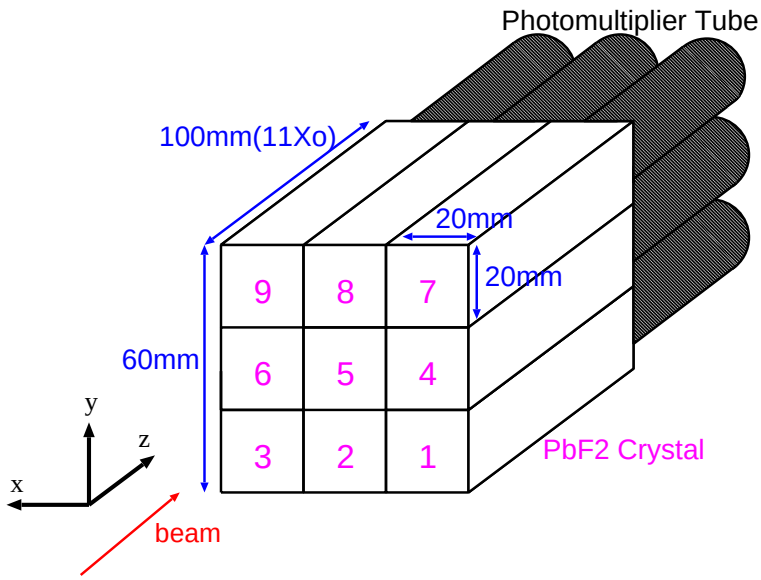


図 3.2: PbF_2 結晶の配置

今回のビームテスト全般に言えることだがビーム上流側から下流側を見た時、左手方向が $+X$ 軸の方向、上方を $+Y$ 軸の方向 (右手系) と決めた。これにより、結晶の番号は最も右手下方の結晶を $No.1$、左手方向に $No.2$、$No.3$、次に 1 つ上方に行き右手から $No.4$ 、… といった具合に図 3.2 の様に結晶の番号を付けた。以後、結晶 $No.$ はこの図に対応することとする。

使う予定だった PbF_2 結晶 1 本が不注意のため粉々に折れてしまった。そこで試作品としてあった $20\ mm \times 20\ mm \times 47\ mm$ の短い結晶を繋ぎ合わせて使うこととした。接着剤は GE 東芝シリコーン株式会社の $TSE3033$ を使用した。接着しても本来の長さと比べると $5\ mm$ 程短かったので上流側に $5\ mm$ 厚のアクリル板を挟んだ。この結晶は透過率は良かったが短かったために隅 ($No.3$ の位置) に配置した。

PMT は浜松ホトニクス社製の $3/4$ インチ $R4125UV$ を使用している。この PMT は入射窓に UV 透過ガラスを使用し、紫外域の透過率が良い製品となっている。

結晶と PMT の接合には応用光研株式会社のシリコングリース $OKEN-6262A$ を用いた。この製品も紫外域に透過率がある事をあらかじめ調べてある。

実際はこれらを遮光のためアルミの暗箱に入れさらに上から塩化ビニルの黒いシートをかけてビームテストを行った。実際の結晶と暗箱を図 3.3 と図 3.4 に載せる。

図 3.3: 実際の PbF_2 結晶。$No.5$ として使用した結晶である。少しクラックが入っている。

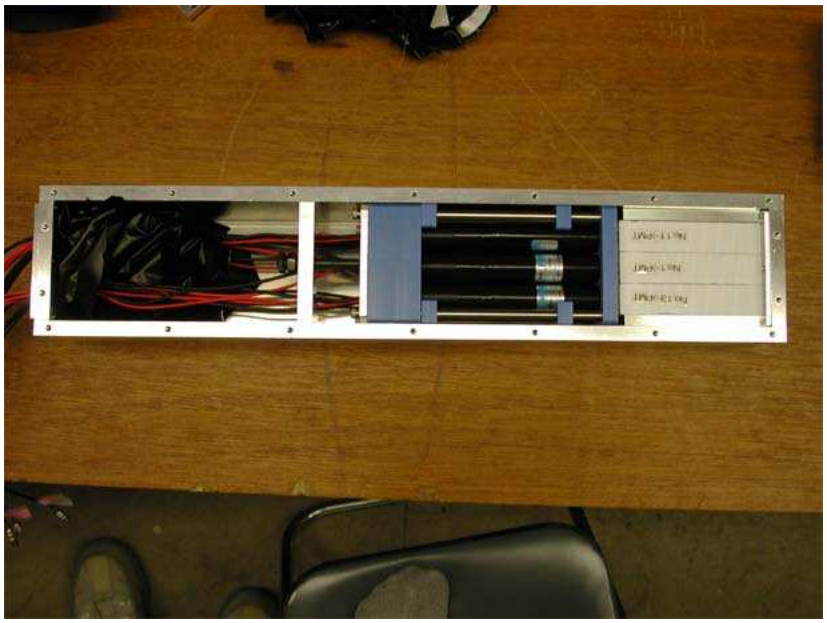


図 3.4: 暗箱とその中の様子

3.3　セットアップ

実験のセットアップを図 3.5 に載せる。また、その概要を以下に記す。

●トリガーカウンター ($S1 \sim S5$)

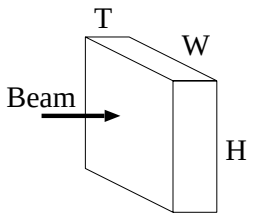
トリガーカウンター ($S1 \sim S5$) には発光量が多く光の減衰時間が早いプラスチックシンチレータを使用した。

粒子の識別、芳しくないイベントのカット、ビームの運動量のズレ等を調べる為、$S3$ をスタートとしその他のトリガーをストップとした TDC データをとった。特に $S1$ と $S3$ では $TOF(Time\,Of\,Flight)$ を測定する為、両読みとした。これは $PMT1$ つで 1 方向からのみ読み出すと、プラスチックシンチレータへの入射位置により発光点と PMT との距離に違いが生じ正確な測定ができないためである。両読みにして、それぞれの PMT に到達した平均時間 $(Mean\ Time)$ をとることにより正確な時間を測定することができる。$S1 - S3$ 間の距離は $9012\ mm$ となっている。また、両読みの PMT はビームの進行方向に向かって右側を $R(S1R, S3R)$、左側を $L(S1L, S3L)$ と定義している。

$S4$ はフィンガーカウンターとなっており、下記の通り小さくできている。これは結晶の直前に置くことにより結晶の中心付近に入射してきたイベントだけを容易に取り出せるようにする為である。

プラスチックシンチレータの大きさは以下の通りである。

$$
\begin{aligned}
S1 &: 100^W \times 50^H \times 30^T\ mm^3 \\
S2 &: 50^W \times 50^H \times 10^T\ mm^3 \\
S3 &: 50^W \times 50^H \times 10^T\ mm^3 \\
S4 &: 6^W \times 10^H \times 10^T\ mm^3 \\
S5 &: 100^W \times 100^H \times 10^T\ mm^3
\end{aligned}
$$



●$Multi\ Wire\ Propotional\ Chamber(MWPC1 \sim MWPC3)$

$MWPC$ は粒子の軌跡を求め、ターゲットである結晶にどのように粒子が入射したかを調べる為に設置した。ワイヤ間隔は $2\ mm$、ガスは $Ar - CO_2(65\ \%{-}35\ \%)$ の混合ガスを使用した。

●ガスチェレンコフカウンター ($C1, C2$)

ガスチェレンコフカウンターを使用した目的は主に電子とそれ以外 (π 中間子 $etc.$) の粒子の識別である。2 つのカウンター ($C1, C2$) とも CO_2 ガスを用い、チェレンコフ光を PMT(5 インチ、型番 $R1584$) でとらえる。ガス圧は $1.0\ atm$ に設定した。$1.0\ atm$、室温 (20 ℃) での CO_2 ガスの屈折率は 1.00041 である。これからチェレンコフ光の閾値の運動量は $\pi^{\pm}$ の場合で、$4.87\ GeV/c$、電子の場合は $17.84\ GeV/c$ となる。今回は $1.5 \sim 4.0\ GeV/c$ の範囲での測定なので電子が来た時だけチェレンコフ光が出ることになる。

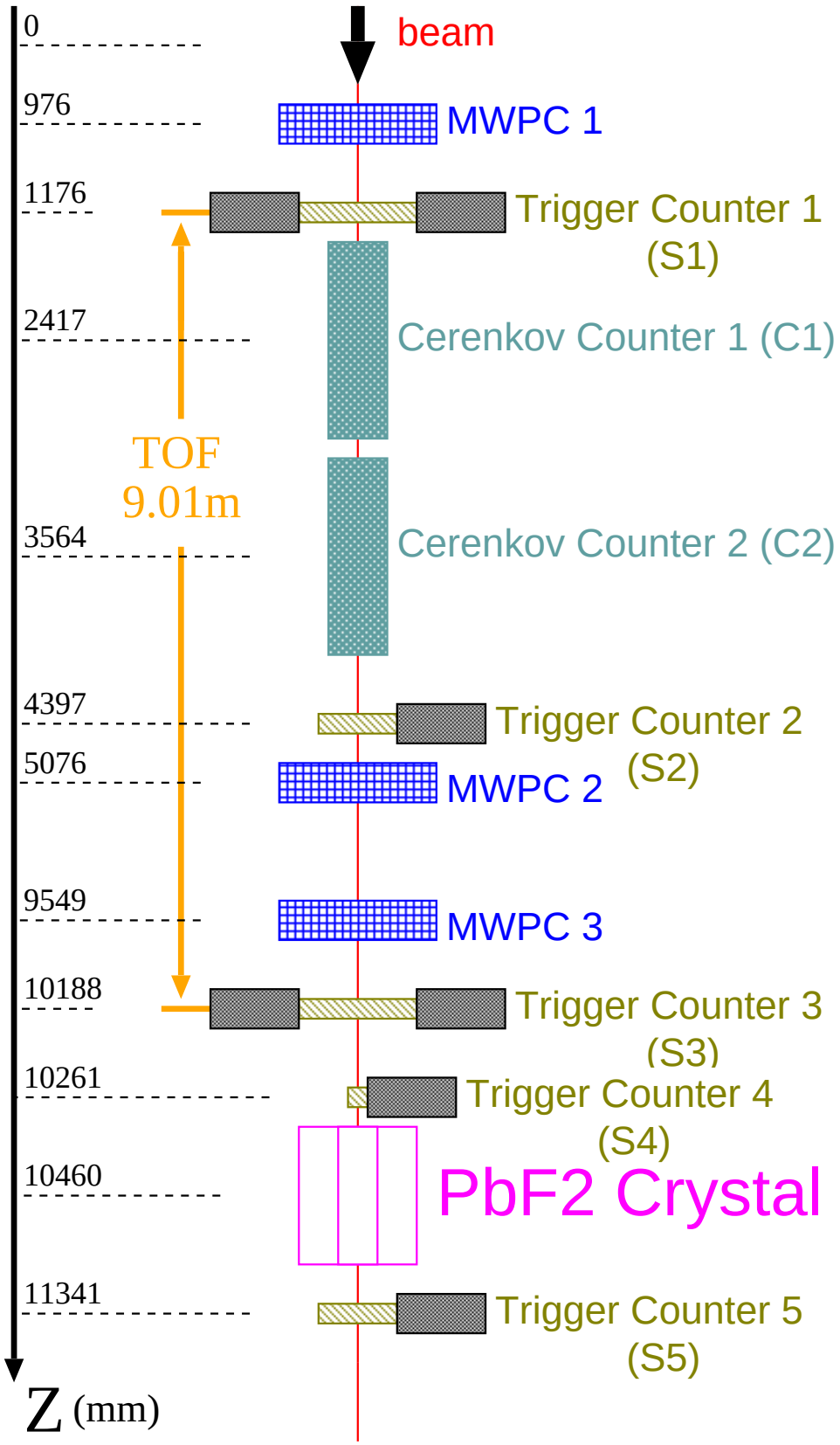


図 3.5: $\pi 2$ ビームラインのセットアップ

3.4　トリガー条件

- ハドロントリガー

  ハドロンのトリガー条件は

  $$(S1 * S2 * S3) * \overline{(C1 + C2)}$$

  となっている。ここで、*は論理積 (AND) を、+は論理和 (OR) を、$\bar{a}$ は a の否定 (NOT) を表す。

- 電子トリガー

  電子のトリガー条件は

  $$(S1 * S2 * S3) * (C1 * C2)$$

  となっている。$C1$ と $C2$ の AND を条件とした理由は以下の通りである。

  1. ビームに含まれる π 中間子がガスチェレンコフカウンターのガスや窓の物質から電子を叩き出し、その電子によってチェレンコフ光を発することがある。この場合は 1 つのガスチェレンコフカウンターからのみ信号が出る。
  2. ガスチェレンコフカウンターにはそれぞれ $efficiency$ があり、100 %ではない。AND をとることにより $efficiency$ を上げることができるため。
     なお、今回二つの AND をとることにより 99.8 %以上の $rejection\ efficiency$ が得られた。

3.5　回路

ロジック回路は図 3.6 のようになっている。ロジック図には書いてないが、全てのカウンターはまず $Divider$ に入力し 2 つに分ける。1 つ目を ADC に入力し、2 つ目は $Discriminator$ に入力した。ロジック図は $Discriminator$ に入力した後の図だと考えていただきたい。

また結晶の信号も同様に 2 つに分け、ADC と TDC に入力されている。

3.6　タイミング

図 3.7 に実験時のタイミングをオシロスコープで見た写真を載せる。結晶の信号とマスタートリガーからのゲートのタイミングを見た ADC への入力信号の写真である。少し見づらいが波高は約 80 mV、ゲート幅は 150 ns となっている。

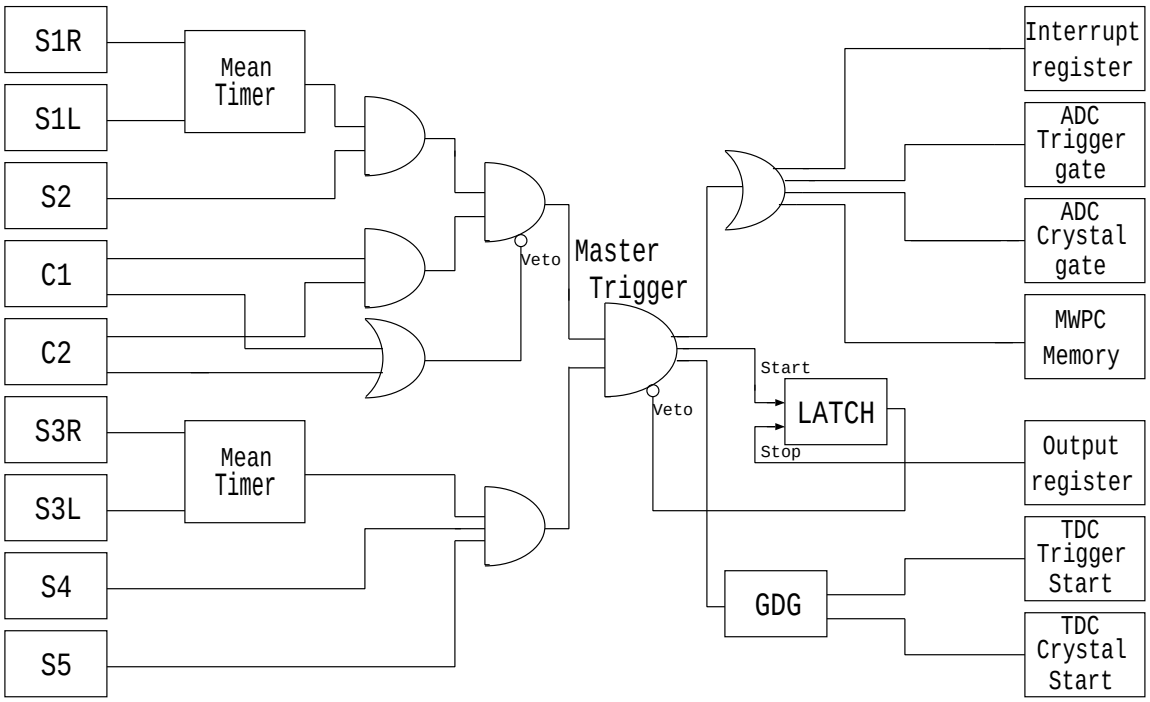


図 3.6: ロジック回路図

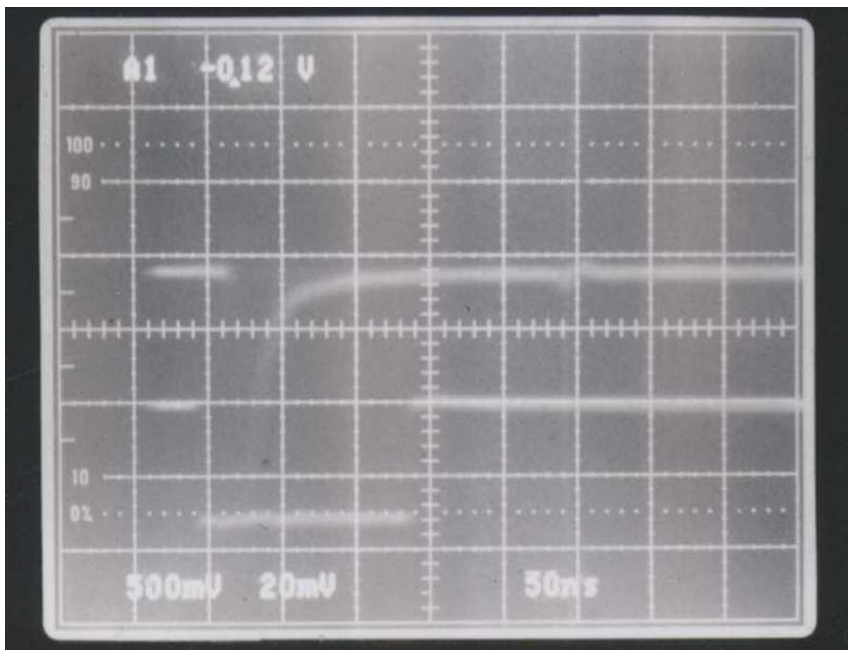


図 3.7: ADC に入れる結晶の信号をオシロスコープで見た写真

第4章　解析

4.1　PMT のゲイン測定

ビームテストで使用した PMT の増幅率 (ゲイン) が後の解析で必要となるためここで求めておく。中心の結晶は $No.5$ である。他の結晶はキャリブレーションを行うことにより合わせられるので $No.5$ で使用した PMT のゲインだけを測定すればよい。

4.1.1　PMT のゲインとは

光電面から放出された光電子は電界により第 1 ダイノードに入射して 2 次電子を放出する。その 2 次電子は第 2 ダイノードに入射し、新たな 2 次電子を放出する。この課程が繰り返され電子が増幅されて行く。これにより非常に弱い信号が増幅され大きな信号として出力することができる。

ゲインとは理想的には n 段のダイノードの平均 2 次電子放出率を δ とすると δ^n となる。また、2 次電子放出率 δ は、$\delta = A \cdot E^{\alpha}$ で与えられる。ここで A は定数、E はダイノード間電圧、α はダイノードの形や材質によって決まり、$0.7 \sim\ 0.8$ の値となる。n 段のダイノードをもつ PMT に V の電圧を印加した時、ゲインは以下の式で与えられる。

$$\begin{aligned} \text{ゲイン} &= \delta^n \\ &= (A \cdot E^{\alpha})^n \\ &= \{A \cdot (\frac{V}{n+1})^{\alpha}\}^n \\ &= \frac{A^n}{(n+1)^{n\alpha}} \cdot V^{\alpha n} \\ &= K \cdot V^{\alpha n} \quad (K \text{ は定数}) \end{aligned} \tag{4.1}$$

今回のビームテストで使った PMT はダイノードが 10 段あるため n は 10 となる。本来、この式は V が一定とみなしているので電圧等分割ブリーダーにおいてのみ成り立つ。今回のビームテストで使用した PMT のブリーダーはテーパーブリーダーである。しかし、テーパーブリーダーの場合でも近似的に良い結果を得ることができる。

4.1.2　PMT のゲイン測定のセットアップ

KEK でのビームテストが終わった後に山形大学の実験室でゲイン測定をした。セットアップは図 4.1 の通りである。

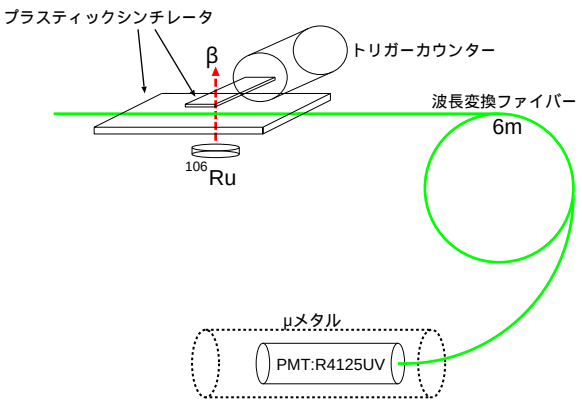


図 4.1: ゲイン測定時のセットアップ

線源は ^{106}Ru を用いた。線源からの β 線がプラスティックシンチレータに入りシンチレーション光を出す。そのシンチレーション光が波長変換ファイバーに入り、測定する PMT に導かれる仕組みである。ファイバーにはクラレ社製 $Y11$ を使用した。長さは光を減衰させるため $6\ m$ とっており、シングルフォトン程度の光量になっている。なお、トリガーカウンターとプラスティックシンチレータの両方を突き抜けたイベントの $coincidence$ をとり、ADC の $gate$ シグナルとした。

測定は同じ条件で $H.V.(HighVoltage)$ を $1450\ V$ から $1650\ V$ まで $50\ V$ ステップで行う。測定結果の ADC の分布を図 4.2 に載せる。

4.1.3　ポアソン分布

図 4.2 の ADC の分布にあてはめている関数はポアソン分布である。あてはめた関数は以下の通りである。

$$R(ch) = A \sum_{N=1}^{N_{max}} \frac{e^{-\bar{N}}\bar{N}^N}{N!} \frac{1}{\sqrt{2\pi N}\sigma} \exp\left\{-\frac{(ch - pN - q)^2}{2N\sigma^2}\right\} \tag{4.2}$$

ch	:	ADC チャンネル
$A(p1)$	:	$Normalization\ Factor$
$\bar{N}(\mathrm{p2})$	:	平均光電子数
$\sigma(\mathrm{p3})$	:	標準偏差
$p(p4)$	:	各ピーク間隔
$q(p5)$	:	ペデスタルピークチャンネル

なぜこの測定結果がポワソン分布に従うのか少し述べる。^{106}Ru から出たおよそ $3.5\ MeV$ の β 線 (e^-) が $5\ mm$ の厚さのプラスティックシンチレータを突き抜ける際に落とすエネルギーは約 0.9

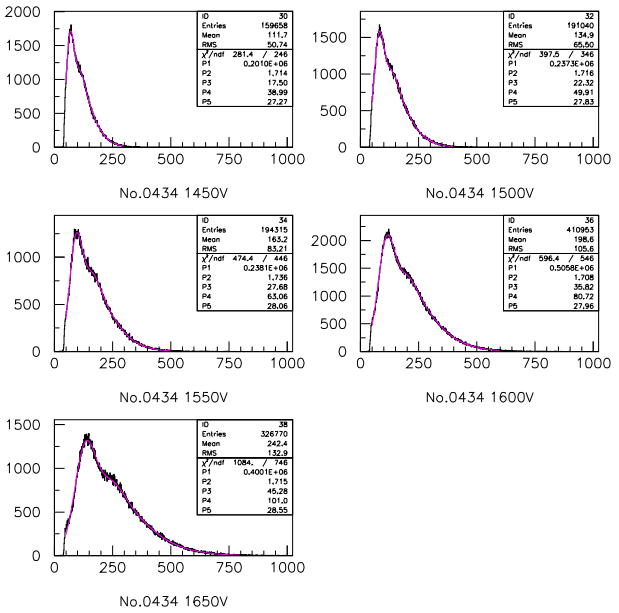


図 4.2: $No.5$ で使用した型番 0434 の ADC の分布とあてはめ。

MeV となる。ここでプラスティックシンチレータ内での現象として、電子のエネルギー損失が約 $100\ eV$ につき 1 つの光子を発することがわかっている。よって、1 つの β 線が $5\ mm$ のプラスティックシンチレータを突き抜けると約 9000 個の光子が放出される計算になる。それに対しセットアップでは PMT で観測される平均光電子数が約 1 になるまでファイバーで光を減衰させている。これは 9000 個と比べ極めて小さい。この様に母集団に比べ事象が極めて小さい時はポワソン分布に従う。

あてはめた式 (4.2) は平均光電子数 $\bar{N}$ のときにポアソン分布の N の各ピークをガウス分布で分布を広げ、それぞれのピークの標準偏差を $\sqrt{N}\sigma(\sigma$ は $N = 1$ のピークの標準偏差) としたときの式である。

4.1.4　ゲインの計算

ゲインの計算は式 (4.2) の $p(p4)$ から計算できる。これは $H.V.$ を変える事によりゲインが変わり、1 フォトエレクトロン $(1_{p.e.})$ 目と $2_{p.e.}$ 目のピークがずれる事を利用する。計算方法は以下のように行った。

1. この実験で使用した ADC モジュールのキャリブレーションを行う。
2. その結果をもとに $p(p4)$ のピーク間隔をチャンネル値 ch から電荷量 pC に変換する。
3. pC を電気素量で割り、電子の個数を求める。

4. アンプを入れたので電荷量を補正する。

5. 以上の結果をそれぞれの $H.V.$ でプロットし式 (4.1) にあてはめる。

ADC モジュールは $1\ ch$ あたり、$0.249\ pC$ に対応することを別途調べた[1]。また、論理的にはアンプは 1 段 8 倍なのでアンプ 2 段で 64 倍となるが、実際は 61.8 倍になっていた事も別途調べておいた[2]。以上を考慮した結晶 No.5 で使用した型番 0434 の結果は以下の通り。

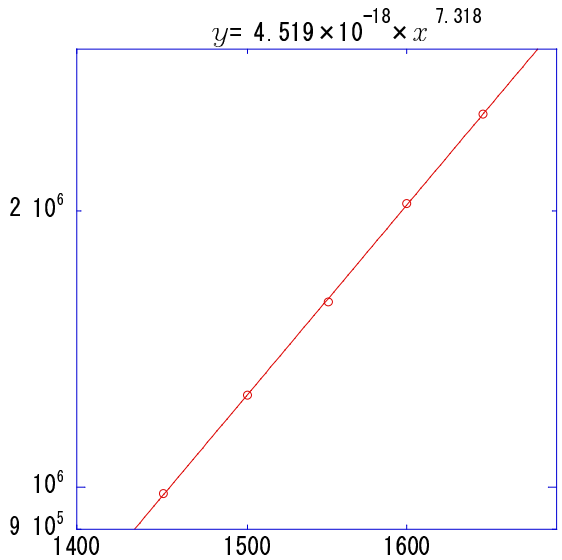


図 4.3: 結晶 No.5 で使用した型番 0434 のゲインカーブ

これにより、ゲインは

$$\text{ゲイン}\ (V) = 4.51 \cdot 10^{-18} \cdot V^{7.38}$$

であった。n が 10 であるため、

$$\begin{aligned} K &: 4.51 \cdot 10^{-18} \\ \alpha &: 0.738 \end{aligned}$$

であることがわかる。なお電圧当分割ブリーダーではなくテーパーブリーダーであったが、式 (4.1) によるあてはめの相関係数 R は 0.99992 となり良い結果が出たと言える。

[1] $Clock\ Genarator$ の信号を 2 つに分け、1 つを ADC のゲートし、もう 1 つを $Delay$ をかけたのち ADC の入力信号とした。入力信号の $width$ を 20 から 60 ns までの 10 ns ステップで変化させて行き、入力信号の $width$、波高値から電荷量を計算し、各入力電荷量に対する ADC のピークチャンネルをプロットした。電荷量対チャンネルの 1 次関数を求め、$ADC1\ ch$ あたりの時間 ps を求めた。

[2] 今回のゲインを求める方法と同様に 1 $p.e.$ 程度まで減衰させた光の ADC の分布にポアソン分布のあてはめをし、アンプ 1 段の場合と 2 段との場合でピーク間隔の増幅率によりアンプの増幅率を得た。

4.2　$MWPC$ でのビームのトラッキング

ビームテストでは粒子の飛跡を求めるために $Multi\ Wire\ Proportional\ Chamber(MWPC)$ を 3 台設置した。

4.2.1　$MWPC$ の原理

$MWPC$ は図 4.4 のような 2 枚のカソード間に等間隔に置かれたワイヤーを挟んだ構造をもつ。

カソード面に負の電圧をかけると、カソード面とアノードの間に電場が生ずる。電場の強さはワイヤ近くの領域ではワイヤからの距離 r に反比例し、それ以外の領域では一定となる。$MWPC$ に外部から粒子が入射すると $MWPC$ 内の気体が電離される。電子が放出され、電場が一定の領域では電気力線に沿って最も近くのアノードへと流れていく。電場の強い領域までくると、電子はさらに加速され、他の気体分子をイオン化できるほどまでにエネルギーを得る。これにより次々と電子が生じていく。この現象は電子雪崩と呼ばれる現象である。こうして電子は増幅されていき、最終的にアノードワイヤに到達する。その信号を見ることで粒子の通過位置を知るものである。

カソード面とアノードワイヤの組み合わせを縦方向、横方向垂直に 2 面設置することで 2 次元座標における位置情報が得られる。これを数台重ねることにより粒子の飛跡を知ることができる。ビームテストではワイヤ間隔 2 mm、X、Y 共に 48 本のワイヤを使った $MWPC$ を 3 台設置した。

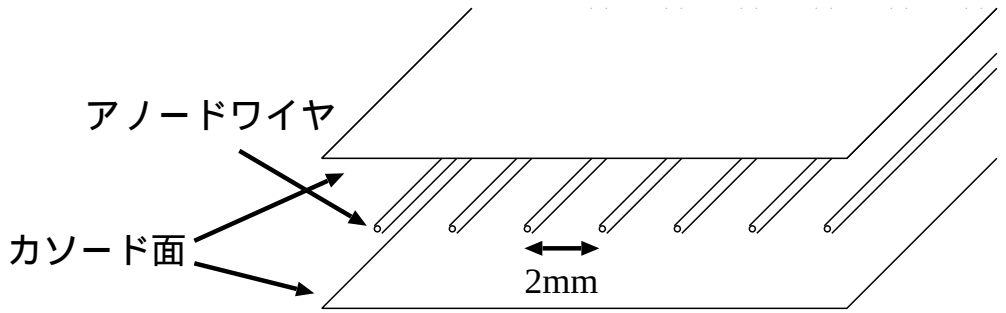


図 4.4: MWPC の基本構造

4.2.2　イベントの抽出

ワイヤが 1 本だけ反応している時は単純にその場所を粒子が通ったと考えられるが、ワイヤが複数本反応している時はどのワイヤを信用してよいのかわからない。ワイヤが複数本反応する原因として、

1. 反応しているワイヤの中心を粒子が通り複数本のワイヤが反応した。
2. 目的の粒子以外の粒子が同じタイミングで飛んできた。

3. $MWPC$ が発振している。

が考えられる。これらのうち、ほとんどの原因は 3 の発振だと思われる。しかし 1 のイベントも少なからず存在し、ワイヤが複数本反応しているからといってそのイベントを全て捨ててしまうのはもったいない。

ワイヤが複数本反応しているときの条件として

- 2 本または 3 本のワイヤが隣り合って反応している時はそのイベントをとる。
- 4 本以上のワイヤが反応している時、もしくは 2 あるいは 3 本のワイヤが隣り合わず反応している時はそのイベントを捨てる。

と定義した。

また粒子の通過位置の関係は

- 1 本のワイヤが反応している時はその点を粒子が通過したとする。
- 2 本または 3 本のワイヤが隣り合って反応している時はその中心を粒子が通過したとする。

と定義した。

図 4.5 に各 $MWPC$ が反応したワイヤの本数の分布を載せる。左図は何もしていない状態。右図は上述した条件でイベントを選択した分布である。

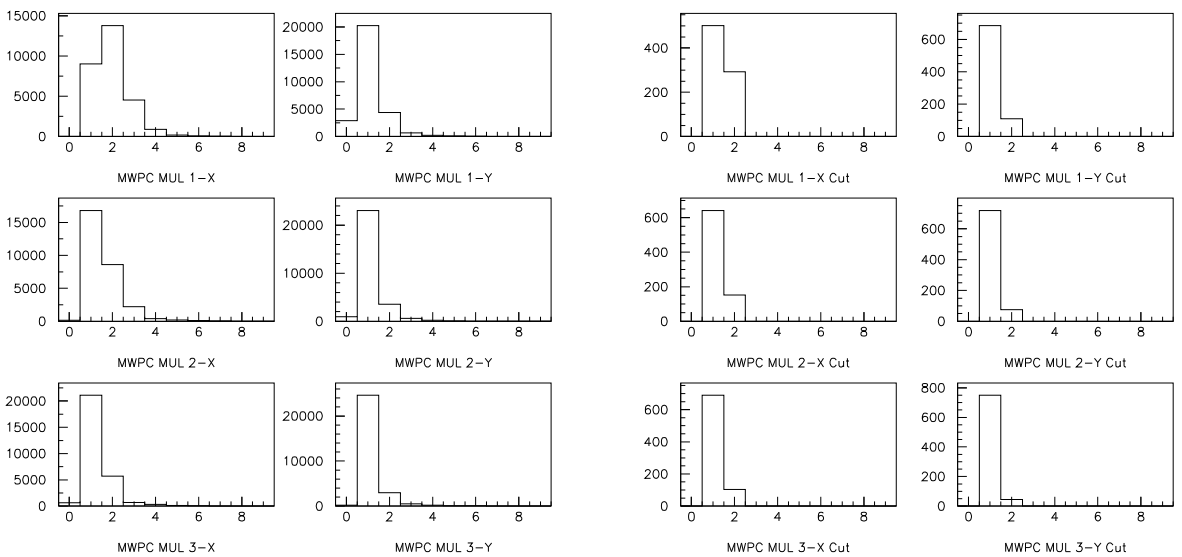


図 4.5: 左図:各 $MWPC$ の反応したワイヤの本数。なお、横軸は反応したワイヤの本数である。
右図:各 $MWPC$ の 1 本、または 2、3 本が隣り合って反応した時のワイヤの本数。また、2、3 本が隣り合って反応した時のワイヤは 2、3 本として数えてある。横軸は反応したワイヤの本数である。

4.2.3　$MWPC$ の位置合わせ

ビームテストで $MWPC$ を mm 単位の精度で設置したが、$MWPC$ のヒットパターンを見ると実際には多少の誤差があった。それを修正しないと粒子の飛跡を正しく追う事はできない。そこで、$MWPC$ の厳密な位置合わせをした。

最小自乗法による相対的な位置合わせ

先に相対的な位置合わせをする。手段は最小自乗法を用い、以下のように修正した。

1. 4.2.2 項で定義したように、イベントを抽出する。
2. $MWPC$ は 3 台設置してあるので、その 3 点で最小自乗法により 1 次関数を当てはめる。
3. その関数の通る位置とイベントの位置とのズレをみて、そのズレが最小となるように 3 台の $MWPC$ の位置を調節していく。
4. X、Y 共にズレているので同じ作業を繰り返す。

絶対的な位置合わせ

先ほどの作業により $MWPC$ の位置は、相対的に合わせられたが、実際は 3 台全て全体的にズレている可能性がある。

そこで電子を入射した時のシャワーの広がりを使った。高エネルギーの電子または γ 線は物質と主に

- 制動放射

  高エネルギーの荷電粒子が物質中を走ると物質中の仮想光子と反応して減速し、1 個の光子を生成する。100 MeV 以上の電子、陽電子はこの反応が主流である。

- 対生成

  1 MeV 以上の光子が物質中を走ると、物質中の仮想光子と反応して消滅し電子と陽電子を生成する。

- 対消滅

  陽電子が物質中を走ると物質中の電子と反応して消滅し、2 個以上の光子を生成する。陽電子の速度が十分遅くなると周りの電子に引き寄せられて対消滅反応が起こりやすくなる。

の相互作用を起こし、等方的に広がる。

この等方的に広がる性質を利用する。真中の結晶の中心に入射したイベントのみをとるように $MWPC$ でカットを入れると、電磁シャワーは等方的に広がるので図 3.2 の結晶の番号で $No.2$、4、6、8 の ADC は同じ分布を見せるはずである。また、同じく $No.1$、3、7、9 も同じ形をとらなければおかしい。

これにより結晶の ADC 分布を見ながら 3 台の $MWPC$ を少しづつずらして行き、$MWPC$ の絶対的な位置を補正した。

$MWPC$ の位置を補正する前と補正した後での結晶 $No.5$ の位置と粒子の通過位置の関係を図 4.6 に載せる。これはハドロンを入射し、結晶 $No.5$ のみが反応したときのイベントである。補正する前は結晶に対し $MWPC$ の位置がズレていることがわかる。なお、図中の線は $MWPC$ で計算した結晶の位置を表す。

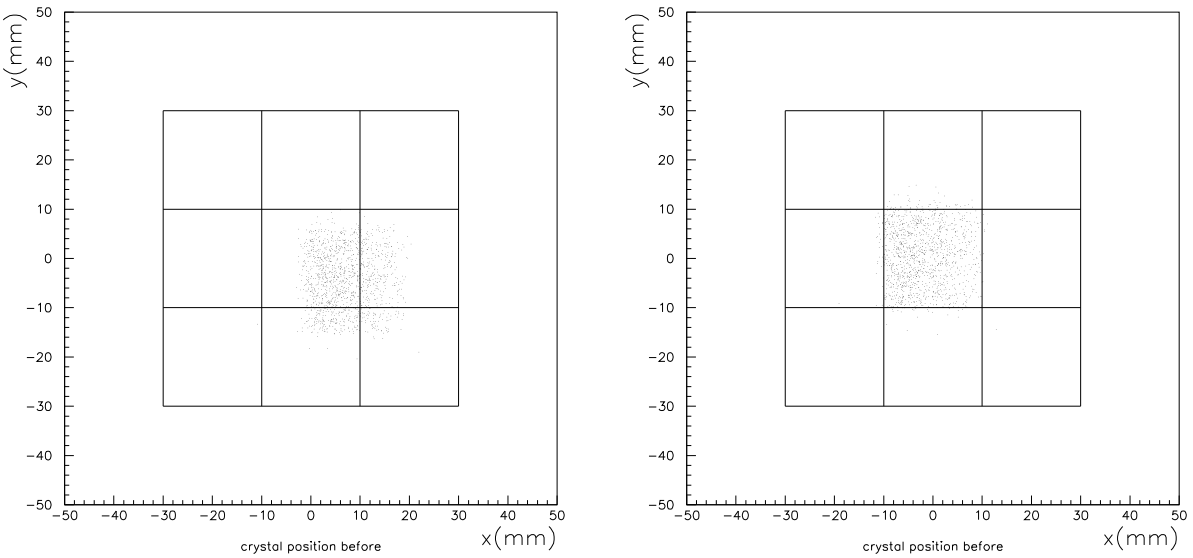


図 4.6: 左図:$MWPC$ の位置合わせをする前の結晶に入る粒子の分布。
右図:$MWPC$ の位置合わせを行った後の図。なお、図の線は結晶の位置を表す。

4.2.4　$MWPC$ によるイベントの選択

$MWPC$ の位置合わせができたので次は本題であるイベントの選択である。図 4.7 と図 4.8 の左図は結晶の位置での入射粒子の分布である。なお図中の線は結晶の位置であり、図 4.7 の左図の縦に抜けている所は調子の悪い $MWPC$ があり反応しないワイヤが出てきてしまったためである。

図 4.7 と図 4.8 の右図はそれぞれの左図に対応する結晶の ADC の分布である。図 4.7 は全体的に入射されているので ADC もそれぞれ同じような形をしているのに対し、図 4.8 は中心付近のイベントのみを選択しているので上下左右対称な分布になっている。

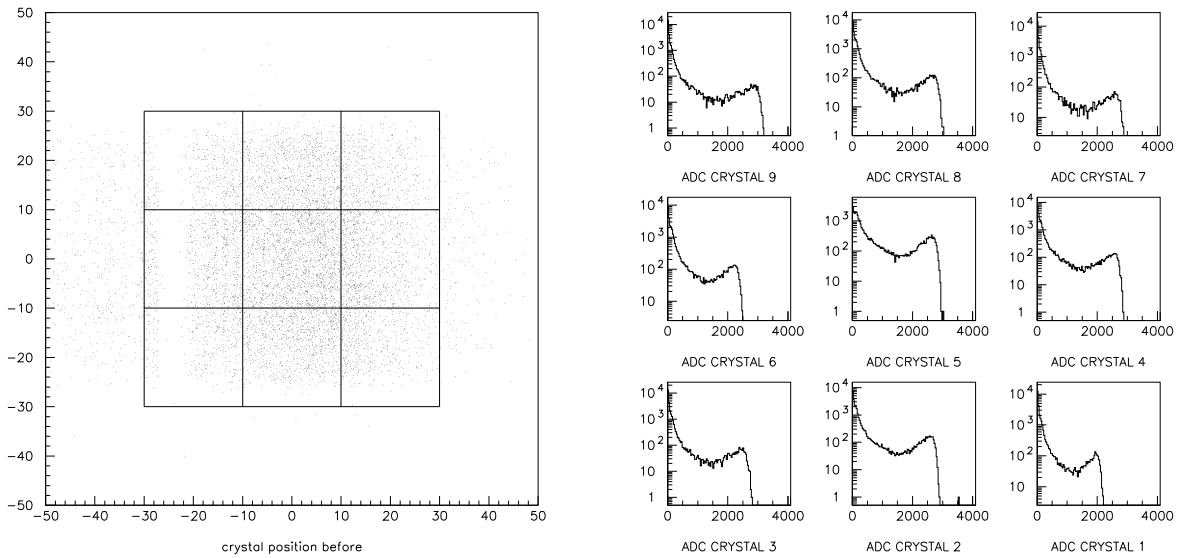


図 4.7: 左図:結晶に入射する粒子の分布。 結晶全体に広がっている。
右図:左図に対する結晶の ADC の分布。各結晶に入射されていることがわかる。なお縦軸は対数、横軸は ch となっている。

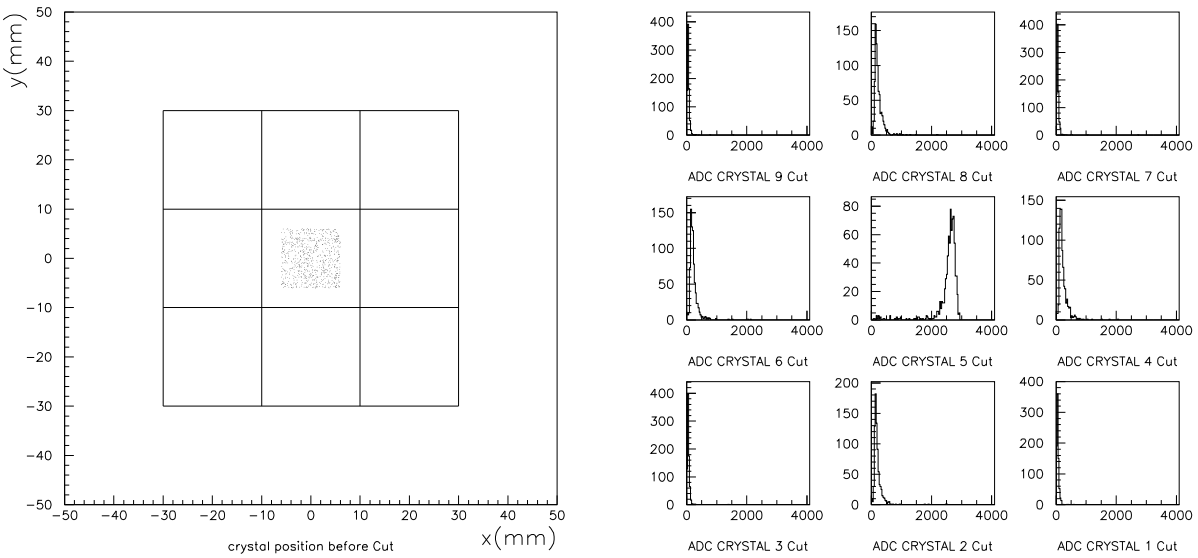


図 4.8: 左図:結晶に入射する粒子の分布。中心のイベントのみ選択したもの。
右図:選択後の結晶の ADC の分布。中心の結晶に粒子が入射されてることがわかる。なお縦軸は線形、横軸は ch となっている。

4.3　ビームの運動量の計算

ビームの運動量は加速器側で調節できるが、実際には正確な運動量ではない可能性がある。実際に飛んできた粒子の運動量は重陽子、陽子、π 中間子の質量の違いから粒子の速度に差が生まれる事を利用することにより計算できる。そのために 3.3 節で説明した TOF 測定したのである。

$+1.5\ GeV/c$ 時の TOF の分布を図 4.9 に載せる。

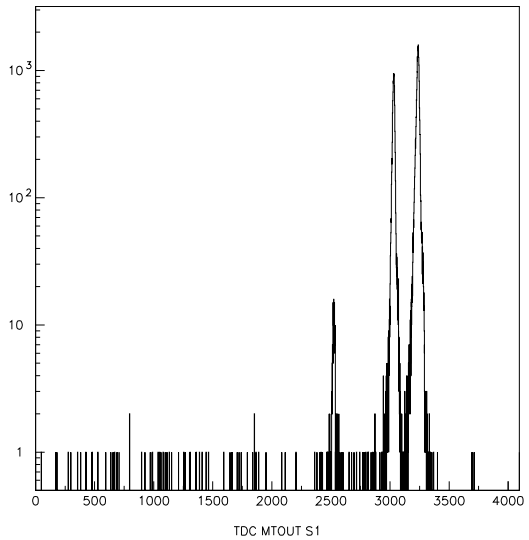


図 4.9: $+1.5\ GeV/c$ の TOF の分布。左から重陽子、陽子、π 中間子 となっている。

この分布では、入射運動量が低いために重陽子、陽子、π 中間子をはっきりと区別できる。しかし、入射運動量を上げるにつれお互いのピークは近づき、特に陽子、π 中間子は重なりをもちはじめる。重なりをもつとピークの値が読み取りにくくなるので、少しでもそれぞれのピークを正確に読み取れるように最も軽い π 中間子 と最も重い 重陽子 とで運動量を見積もることとした。

運動量を P、TOF の時間差を Δt、TOF の距離を L、光速を c、重陽子の質量、エネルギーを m_d、E_d、π 中間子の質量、エネルギーを m_π、E_π とし、運動量を求める計算を行った。

$$\begin{aligned}
\Delta t &= t_d - t_\pi \\
&= L(\frac{1}{\beta_d} - \frac{1}{\beta_\pi}) \\
&= \frac{L}{P}(E_d - E_\pi) \\
&= \frac{L}{P}(\sqrt{{m_d}^2 + P^2} - \sqrt{{m_\pi}^2 + P^2})
\end{aligned}$$

これを P について整理するとにより以下の式が得られる。

$$P^2 = \frac{(m_d{}^2 + m_\pi{}^2)A - 2\sqrt{(m_d{}^2 - m_\pi{}^2)^2 A + m_d{}^2 m_\pi{}^2 A^2}}{A(A-4)} \quad (4.3)$$

ここで　$A = \left(\frac{\Delta tc}{L}\right)^2$　である。

ここで Δt を求めるために別途 TDC モジュールのキャリブレーションを行っておく必要がある。これは別途調べ[3]$TDC1\ ch$ あたり $26.1\ ps$ であることがわかっている。

よって式 (4.3) を計算することにより以下の結果を得た。なお TOF から求めた運動量での π 中間子、電子のエネルギーも掲載する。

設定の運動量	TOF からの運動量	E_π	E_{e^-}
1.5 GeV/c	1.46 GeV/c	1.33 GeV	1.46 GeV
2.0 GeV/c	1.98 GeV/c	1.84 GeV	1.98 GeV
2.5 GeV/c	2.50 GeV/c	2.36 GeV	2.50 GeV
3.0 GeV/c	3.02 GeV/c	2.88 GeV	3.02 GeV
3.5 GeV/c	3.49 GeV/c	3.35 GeV	3.49 GeV
4.0 GeV/c	4.00 GeV/c	3.86 GeV	4.00 GeV

表 4.1: 設定値の運動量と TOF から求めた運動量の関係。

ヒステリシス[4]の問題もあるがビームラインの電磁石は転極器により極性を切り替えているのでポジティブのビームでもネガティブのビームであっても電磁石の極性が反対で同じ値であればポジティブのビームとネガティブのビームは極性が反対の同じ運動量と見なしてよい。よってこの運動量はポジティブな運動量のみでなくネガティブな運動量でも成り立つこととなる。

よって以後入射運動量、入射エネルギーは表 4.1 の結果を信用することとする。

[3] $Clock\ Genarator$ の信号を 2 つに分け 1 つを TDC のスタートに、もう 1 つを $Delay$ をかけたのち TDC のストップに入力した。$Delay$ は $50\ ns$ から $150\ ns$ までの $10\ ns$ ステップでかけた。各入力パルスに対する TDC のピークチャンネルをプロットして行き、時間対チャンネルの 1 次関数を求め、$TDC1\ ch$ あたりの時間 ps を求めた。

[4] ヒステリシスとは同じ磁界であっても磁束密度が過去の遍歴によって異なってしまう事。

4.4　エネルギーキャリブレーション

結晶 9 本の信号を足し合わせる為に PMT のゲインを合わせる。実験時に PMT のゲインをある程度合わせたが、正確にではないのでここで合わせる。図 4.10 がゲインを合わせる前に各結晶を中心に 3.0 GeV/c の電子を入射した ADC の分布である。

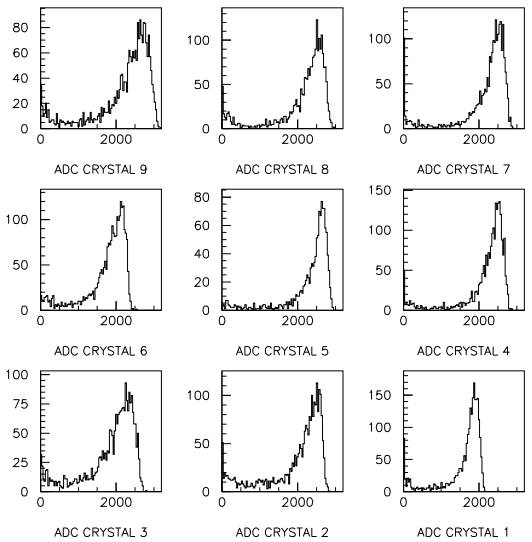


図 4.10: ゲインを合わせる前の ADC の分布。それぞれピークがずれている。

各結晶のピークの位置がお互いにずれている事がわかる。ずれを合わせるための比例定数を見つけたい。比例定数を求める他、結晶内に落としたエネルギーも調べられる為にモンテカルロシミュレーション $Geant4$ により結晶内に落としたエネルギーを見積もり、実験結果の ADC と比較することにした。$Geant4$ の結果を以下の式を用いて引き伸ばし、各結晶の ADC の ch から各々ペデスタルを引いた分布にあてはめた。

$$ADC(ch) = par(1)[\sum_{E=1}^{\text{エネルギーチャンネル数}} \{Geant4(E)\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}exp(\frac{-(ch-E\cdot par(3))^2}{2\sigma^2})\}] \quad (4.4)$$

ここで　$\sigma = par(2)\sqrt{E\cdot par(3)}$

$ADC(ch)$	:	ADC からペデスタルを引いた分布の各 ch でのイベント数
$Geant(E)$	:	$Geant4$ の分布での各エネルギー E のイベント数
$par(1)$	:	実際の分布と $Geant4$ の分布の高さの比例定数
$par(2)$	:	実際の分布と $Geant4$ の分布の σ の比例定数
$par(3)$	:	エネルギーから ADC(ch) への変換の比例定数

式 (4.4) は 2 つの仮定の下、以下のように求めた。
仮定

1. 実験の ADC の分布と $Geant4$ が与えるエネルギー分布とでは、分布の広がりが異なり、ADC の分布の方が幅をもつ。ADC の分布が広がるには様々な要因が考えられるがここではガウス分布に従うとした。
2. ガウス分布の σ は ADC チャンネルの平方根に比例するとした。つまり比例定数を a、ADC のチャンネルを m とすると $\sigma = a\sqrt{m}$ である。

式 (4.4) の求め方

1. まず $Geant4$ から結晶に落とすエネルギーを見積もる。
2. それにより得られた分布の各エネルギーのイベント数をガウス分布でぼかし、全チャンネル分を足し合わせる。

図 4.11 に式 (4.4) で求めたフィッティング関数をあてはめた ADC の分布を載せる。

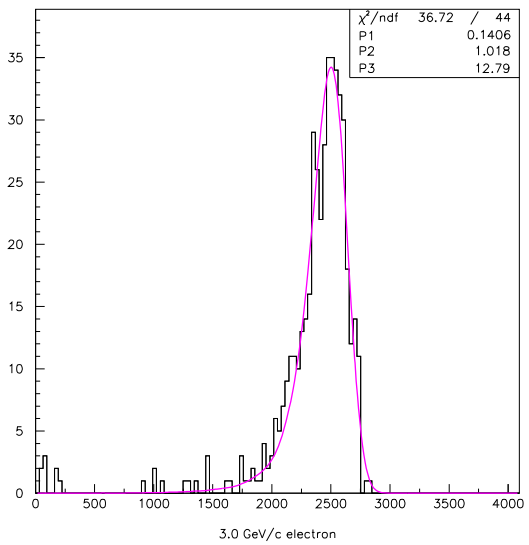


図 4.11: 式 (4.4) で求めたフィッティング関数をあてはめた ADC の分布。これは結晶 No.4 の分布である。

これにより、得られた $par(3)$ が求まり ADC チャンネルからエネルギーへの変換を行えることになった。$Geant4$ の結晶に落としたエネルギーの分布のエネルギーチャンネルを 1 から 4000 MeV までの 4000 チャンネルとすると

$$\text{エネルギー} = \frac{ADC\ \text{チャンネル}}{par(3)} \times\ MeV$$

となり、ADC チャンネルからエネルギーに変換できる。

しかし、式 (4.4) からわかるようにエネルギーチャンネルを増やせば増やすほど関数をあてはめるのに計算機に負担がかかる。そこで今回エネルギーチャンネルを 5 MeV から 3005 MeV まで 10 MeV 間隔を 300 チャンネルに区切った。よって

$$\text{エネルギー} = \frac{ADC\ \text{チャンネル}}{par(3)} \times\ 10\ MeV$$

となる。図 4.11(結晶 No.4) の場合ではパラメータ $par(3) = 12.79$ なので

$$\begin{aligned} \text{エネルギー} &= \frac{ADC\ \text{チャンネル}}{12.79} \times\ 10\ MeV \\ &= ADC\ \text{チャンネル} \times 0.78\ MeV \end{aligned}$$

となる。表 4.12 にそれぞれの結晶の結果を示す。

図 4.13 に式 (4.4) で求めた比例定数で 9 本の結晶の PMT のゲインを合わせた後の ADC の分布を載せる。キャリブレーション作業により 9 本の出力がうまく合わせられたことがわかる。

結晶の番号	$par(3)$	比例定数
1	9.708	1.03
2	13.29	0.75
3	12.64	0.79
4	12.80	0.78
5	13.35	0.74
6	11.40	0.87
7	12.77	0.78
8	13.24	0.75
9	14.20	0.70

図 4.12: それぞれの結晶の比例定数

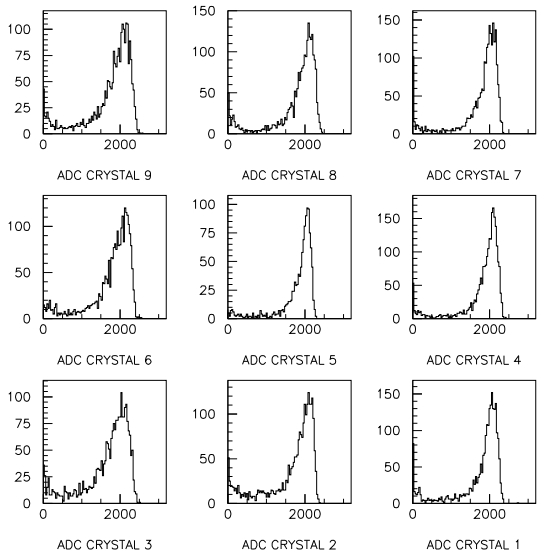


図 4.13: (4.4) で求めた比例定数で 9 本の結晶のゲインを合わせた後の分布

4.5　各結晶出力の足し合わせ

4.4 節で各々の結晶の PMT のゲインを合わせたので各結晶出力を足し合わせる。この作業により結晶の 1 本 1 本を見るのではなく 9 本を 1 つの大きな結晶と見なした反応を見ることができる。もちろんキャリブレーションのエラーや結晶間には空気の層ができているので厳密には 1 つの大きな結晶とは言えない。しかし電磁シャワーになってしまうと結晶の阻止能に対し、空気の層の阻止能は取るに足らないものであり空気の層でエネルギーを落とすとは考えにくい。この様な考えから 9 本の結晶を近似的に 1 つの結晶と見なしてよい。

逆に 1 つの大きな結晶だと問題がある。まず大きな結晶は作りづらい。今回の PbF_2 結晶は応用光研との開発があったのにもかかわらず $20\ mm \times 20\ mm \times 100\ mm(11\ X_0)$ の結晶が限界であった。また位置分解能も結晶が分けてあった方が求め易い。この様に、むしろ 1 つの大きな結晶より分けられているほうがメリットがある。

出力を足し合わせる方法は各結晶の ADC の分布から各々ペデスタルを引き、4.4 節で求めた比例定数をかけたのち足し合わせる。

足し合わせる前の各結晶の分布と足し合わせた後の ADC の分布を図 4.14 と図 4.15 に載せる。各図とも $3.0\ GeV/c$ の時のものとなっている。なお、この分布は中心付近のイベントのみを選択するため結晶の中心を原点 (x,y)=(0,0) とした時、結晶の前面で $WMPC$ により $-6\ mm < x, y < 6\ mm$ の範囲のイベントのみを選択した電子の分布である。

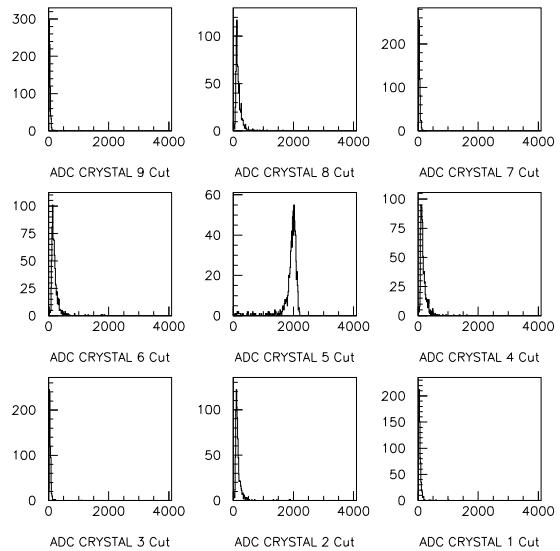


図 4.14: 各結晶を足し合わせる前の ADC の分布。横軸はエネルギー (MeV) となっている。

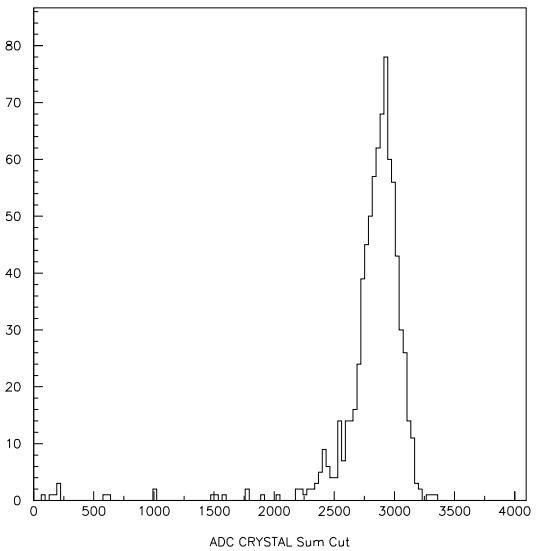


図 4.15: 各結晶を足し合わせた後の ADC の分布。横軸はエネルギー (MeV) となっている。

また図 4.16 に各入射運動量での結晶を足し合わせた分布を載せる。これもまた $MWPC$ により $-6\ mm < x, y < 6\ mm$ の範囲のイベントのみを選択した時の分布である。

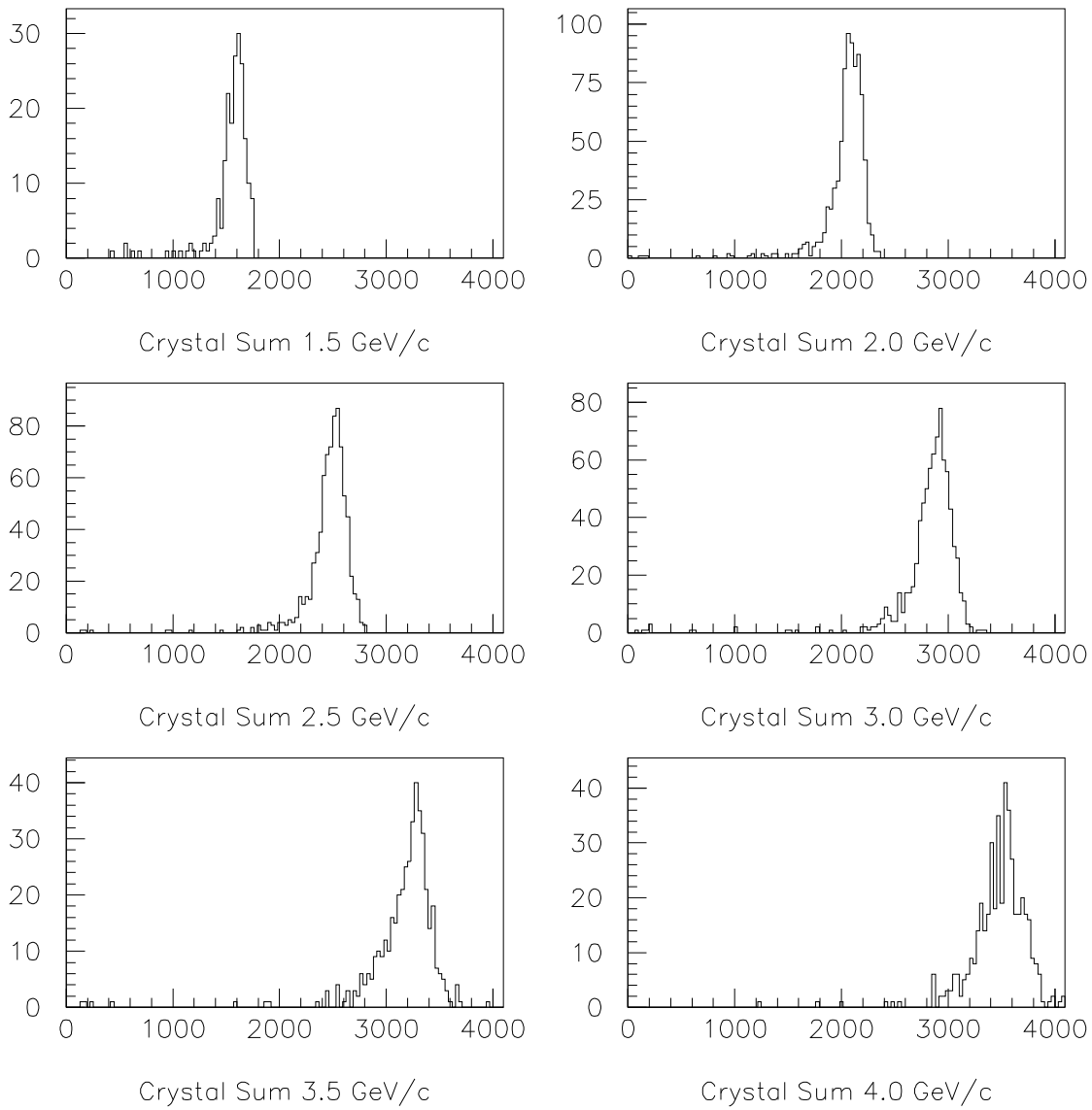


図 4.16: 各々の入射運動量での各結晶を足し合わせた後の電子の ADC の分布。横軸はエネルギー (MeV) となっている。

4.6　ハドロンに対する応答

高エネルギーの重い荷電粒子を物質に入射するとイオン化によりある一定のエネルギーを落とし突き抜けを起こす。

しかし、稀に原子核とぶつかり $Nuclear\ Interaction$ を起こし、多くのエネルギーを結晶に落とす場合がある。これは突き抜けでは同じである π^+ と π^- の ADC の分布が $Nuclear\ Interaction$ を起こした部分では ADC の分布が異なり非常に興味深い。しかし今回はイベント数が足らなく、かつ運動量がポジティブのときエネルギーが高くなると π^+ と陽子の速度が近くなるため TDC による π^+ と陽子の分布が重なり合い、粒子の識別がうまくできず $Nuclear\ Interaction$ の分布を比較することができなかった。比較はできなかったが、わずかに $Nuclear\ Interaction$ の分布を確認することはできた。

突き抜けの ADC の分布と $Nuclear\ Interaction$ の ADC の分布を図 4.17 掲載する。

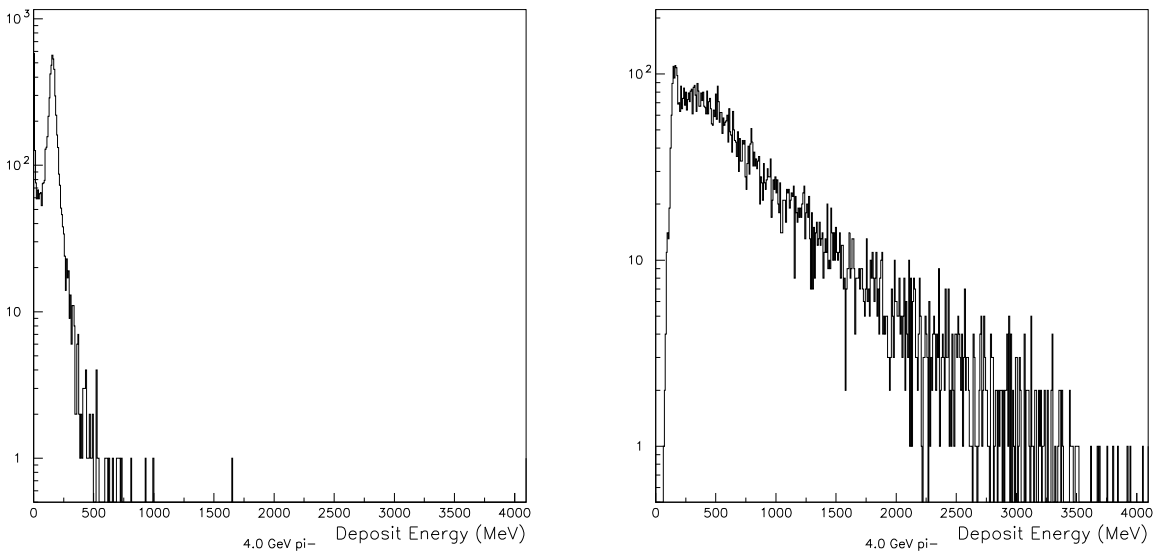


図 4.17: 左図:ハドロンの突き抜けの分布。突き抜けのピークが立っていることがわかる。
右図:高エネルギー側に $Nuclear\ Interaction$ の分布が見られる。なお、縦軸は対数となっている。

図 4.17 は $4.0\ GeV$ の π^- が結晶内に落としたエネルギーの分布である。突き抜けの条件としてトリガーカウンター $S5$ を入れた。また、$Nuclear\ Interaction$ の分布の条件として $S5$ を $veto$ とした。

4.7　電子に対する応答

後の節で求める

- エネルギー分解能
- 応答の直線性
- 獲得光電子数

の解析で必要となるため、ここで 4.5 節で足し合わせた分布の応答を調べる。

4.7.1　イベントの選択

電子に対する応答を見るにあたり、まず $MWPC$ で結晶の望ましくない位置に入射するイベントを捨て、望ましい位置に入射する粒子のみを選択する。図 4.18 に $MWPC$ によりイベントを選択した分布を載せる。選択の条件は結晶の中心を原点 (x,y)=(0,0) とした時、結晶の前面で $-6\ mm < x, y < 6\ mm$ の範囲のイベントのみを選択するした。本来、より結晶の中心付近でのイベントを選択すればその分電磁シャワーの漏れ出しも少なくなりよい分解能がでる。しかしあまり狭い範囲を選択してしまうとイベント数が足りなくなってしまうために選択する範囲を少し広めにとった。

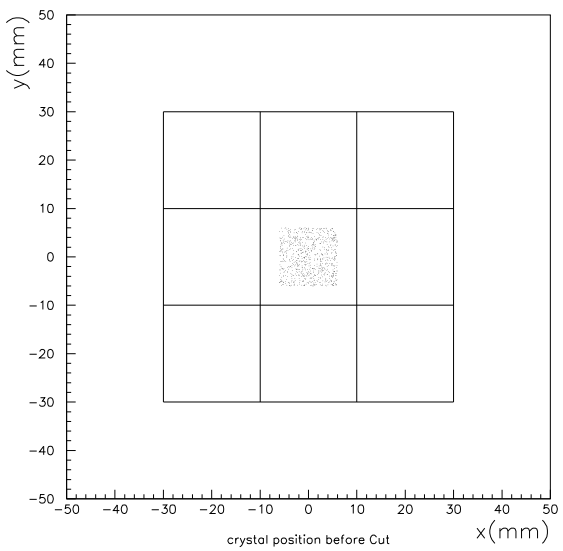


図 4.18: $MWPC$ でイベントを選択後の結晶表面での粒子の入射位置の分布。

4.7.2　電子の ADC 分布の分散 σ の求め方

電子の ADC 分布の広がり σ を求める。図 4.15 を見ればわかるが左側にテールを引いているのでガウス分布とは呼べない。本来、結晶の長さが十分長くビームを十分に受け止めることができていればガウス分布に近づく。しかし、今回の結晶では結晶の長さが $11\ X_0$ と短くビームを十分に受け止めきれず電磁シャワーが漏れ出してしまっている。そのため左側にテールを引いているのである。これは $Geant4$ のシミュレーションでも同じ結果が出ている。$Geant4$ による入射運動量が $3.0\ GeV/c$ での結晶内に落としたエネルギーの分布を図 4.19 に載せる。なお、このシミュレーションは実験の解析と同じく結晶の前面で $-6\ mm < x, y < 6\ mm$ の範囲で入射位置を散らしてある。

ADC の分布が左右対称ではなくガウス関数のあてはめができない。そこでピークを中心とした右側と左側で異なったガウス関数をあてはめることにした。考え方としては図 4.20 の様に右側のガウス関数の $\sigma_{右}$ と左側の関数の $\sigma_{左}$ を足し合わせ 2 で割ることにより ADC 分布の σ とする。実際の ADC にあてはめた分布を図 4.21 に載せる。

左右で異なるガウス関数のあてはめ方としては

1. まず分布の頂点付近のみにガウス関数をあてはめる。
2. そこから分布の高さと中央値を読み取る。
3. 高さと中央値を固定し、左側と右側別々にガウス関数をあてはめる。

といった方法をとった。

左右で異なるガウス関数のあてはめをした電子に対する応答を以下の表にまとめた。

入射運動量	高さ	中央値	$\sigma_{左}$	$\sigma_{右}$	$\sigma = (\sigma_{左} + \sigma_{右})/2$
$1.5\ GeV/c$	30.1	1614	95.3	69.8	82.5
$2.0\ GeV/c$	96.9	2074	95.0	102.1	98.6
$2.5\ GeV/c$	87.3	2529	138.2	94.1	116.2
$3.0\ GeV/c$	78.4	2923	158.0	105.0	131.5
$3.5\ GeV/c$	38.2	3289	188.7	103.7	146.2
$4.0\ GeV/c$	40.8	3557	180.5	127.0	153.8

表 4.2: 左右で異なるガウス関数のあてはめをした電子に対する応答

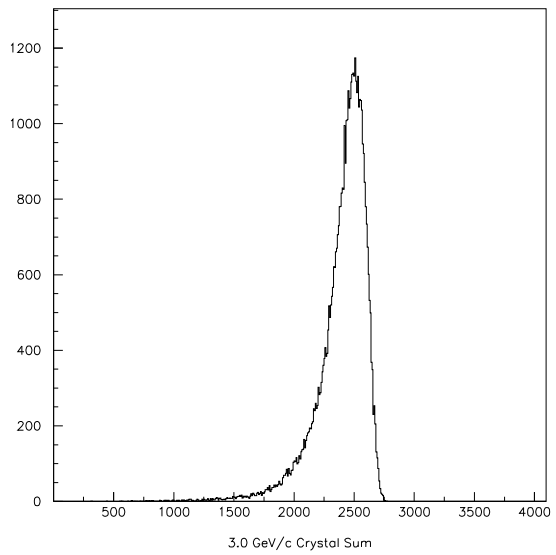


図 4.19: Geant4 での結晶内に落としたエネルギーの分布。横軸は (MeV) となっている。実験データと同じく左側にテールを引いている。

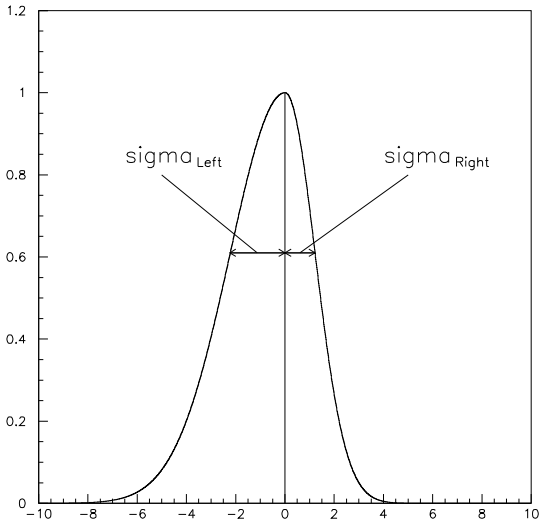
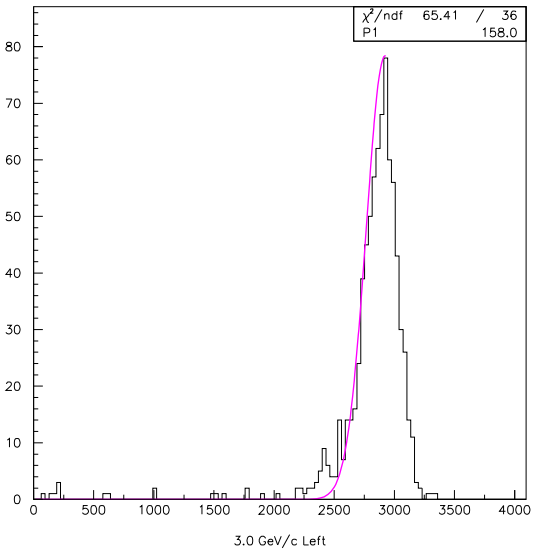


図 4.20: 左右で異なるガウス関数の考え方。



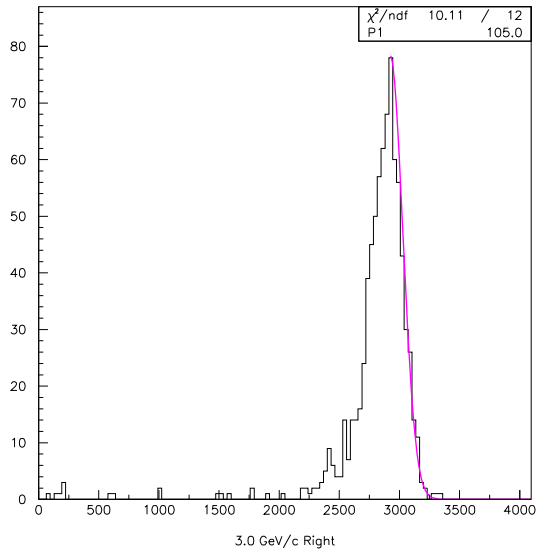


図 4.21: 左右で異なるガウス関数をあてはめた分布。図中の $p1$ があてはめたガウス関数の σ である。この分布は入射運動量が 3.0 GeV/c の時のものである。

4.8　直線性

4.8.1　1 次関数のあてはめ (原点を通した場合)

チェレンコフ輻射体を用いたカロリーメーターはチェレンコフ光の発光量が入射エネルギーにほぼ比例していることを用いている。ここではその比例関係が PbF_2 結晶で成り立っているか確かめる。

電子の入射エネルギーと PbF_2 結晶に落としたエネルギーの関係を図 4.22 に載せる。

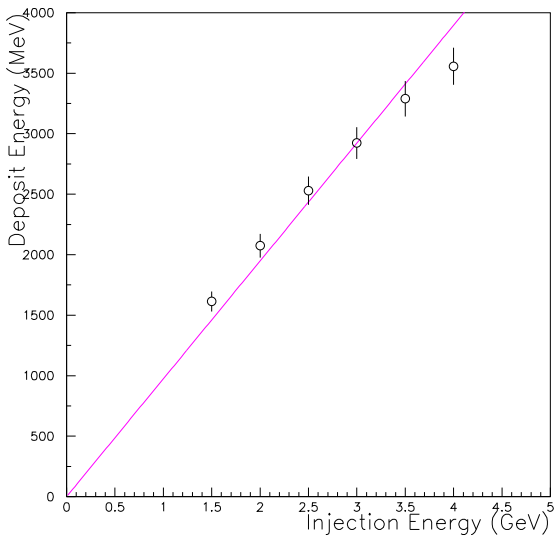


図 4.22: 直線性

数値は 4.7 節で求めた中央値であり、エラーバーは同じく 4.7 節で求めた σ でつけてある。これは 1 次関数のあてはめの時に原点を通過させた散布図である。これだと入射エネルギーが高くなるにつれ落としたエネルギーの値がへたり、直線に乗ったとはいい難い。無理してあてはめると y 切片をもつこととなる。

なぜ直線に乗らないのか。この PbF_2 結晶は PbF_2 結晶としては大型ではあるが他の量産されている結晶と比べまだ小さめである。

入射エネルギーの洩れ出しはビーム進行方向へは輻射長 X_0、ビームの横方向へはモリエール半径 R_M に依存する。輻射長は入射エネルギーの $1/e$ になる物質の長さで PbF_2 結晶の場合は $0.93\ cm$ となっている。またモリエール半径とは 1 輻射長入った所におけるシャワーの横方向の広がりであり、ガウス分布の σ と同じく半径 1 R_M の円筒内にはシャワーの 68.3 %、2 R_M には 95.5 %、3 R_M には 99.7 % が含まれ、入射エネルギーと結晶の輻射長の長さに依存する値である。モリエール半径 R_M は入射エネルギーを E_0、輻射長を X_0、対象の結晶の奥行きを輻射長単位で表した長さを n、

E_C は臨界エネルギーで $E_0/2^n$、$Scale\ Energy(E_S)$ は $21.2\ MeV$ とする時以下の式で与えられる。

$$\begin{aligned} R_M &= \frac{E_S}{E_C} X_0 \\ &= \frac{21.2\ MeV}{E_0} 2^n X_0 \end{aligned}$$

しかし、モリエール半径と輻射長を考慮に入れた入射エネルギーに対する漏れ出しの手計算は困難を極める。そこで $Geant4$ のシミュレーションを行い、結晶の大きさによる漏れ出しが直線性に影響があるか調べてみた。

4.8.2　$Geant4$ でのシミュレーション

図 4.23 に $Geant4$ により行ったシミュレーションの分布を載せる。これは実際の実験の解析と同じ条件になるように $MWPC$ でイベントを選択した時と同じく結晶の中心を原点 (x,y)=(0,0) とした時、$-6\ mm < x, y < 6\ mm$ の範囲で乱数をふりシミュレーションを行った。なお、左図は $3.0\ GeV/c$ の電子を入射した時の結晶内に落としたエネルギーの分布であり、右図は左図のピークの中央値を各エネルギー事にプロットしたものである。エラーバーは分布のピークにガウス関数をあてはめた時の σ でつけてある。

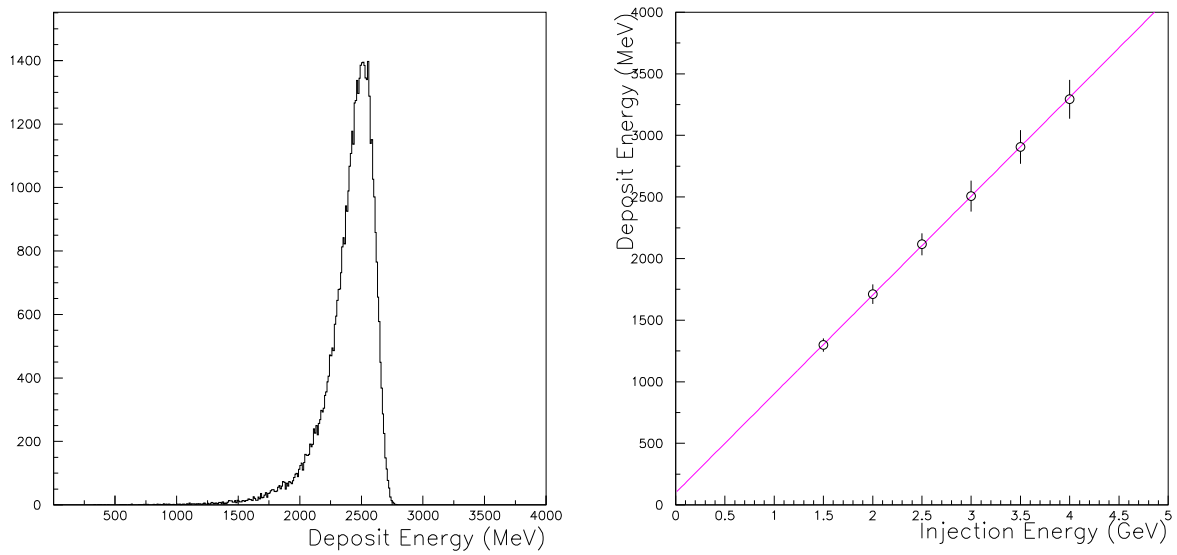


図 4.23: 左図:3.0 GeV の電子を入射した時の結晶内に落としたエネルギーの分布。
右図:左図のピークの中央値を各エネルギー事にプロットしたもの。

図 4.23 の右図において 1 次関数をあてはめた時 $Geant4$ のシミュレーションでも実験データと同じく強制的に原点を通さないと原点を通らないことがわかった。

2.1 節の「カロリーメーター」で述べたが直線性は結晶内に落とすエネルギーと発光量がほぼ比例することを用いている。この事はシンチレータではよく知られているがチェレンコフ輻射体でも本当に比例するのか疑ってみた。

チェレンコフ光の発光個数は式 (2.8) から電子、陽電子の結晶内の走行距離に比例することがわかる。そこで $Geant4$ シミュレーションで結晶内の電子、陽電子シャワーの走行距離の和をプロットした図を図 4.24 に載せる。シミュレーションの条件は先ほど行った「結晶内に落としたエネルギー」を見積もった時と同じ条件である。

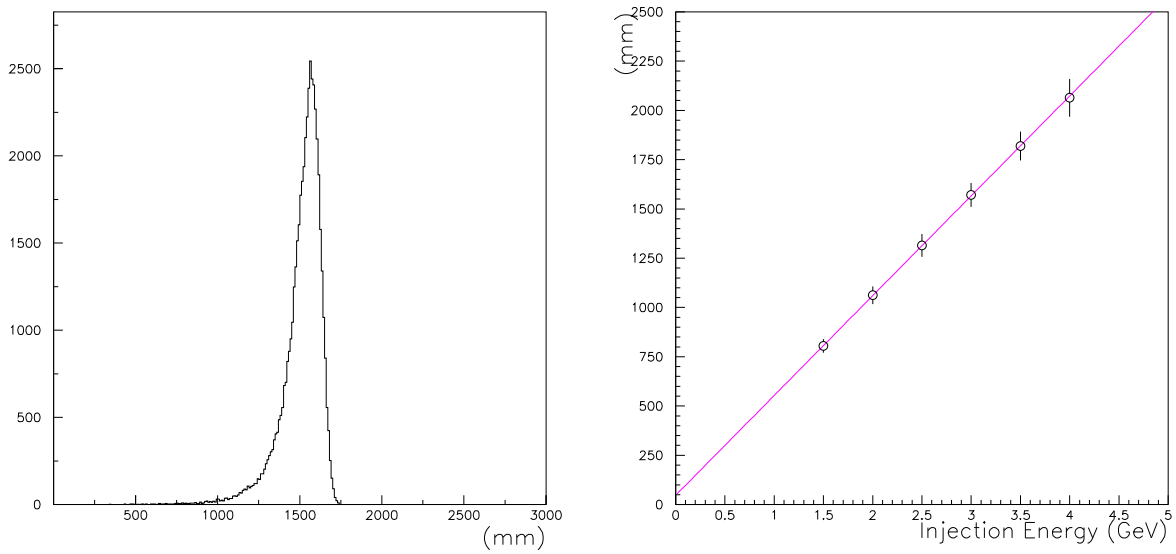


図 4.24: 左図:3.0 GeV の電子を入射した時の電子、陽電子の走行距離の和の分布。
右図:左図のピークの中央値を各エネルギー事にプロットしたもの。

図 4.23 と同じく図 4.24 の右図も強制的に原点を通さないと原点を通らないことがわかる。これからやはり結晶が短く、入射エネルギーが増えるにつれ多少のへたりが生まれてしまうようである。

4.8.3　1 次関数のあてはめ (原点を通さない場合)

シミュレーションの結果から実験データにも原点を通過させないあてはめも行った。図を図 4.25 に載せる。

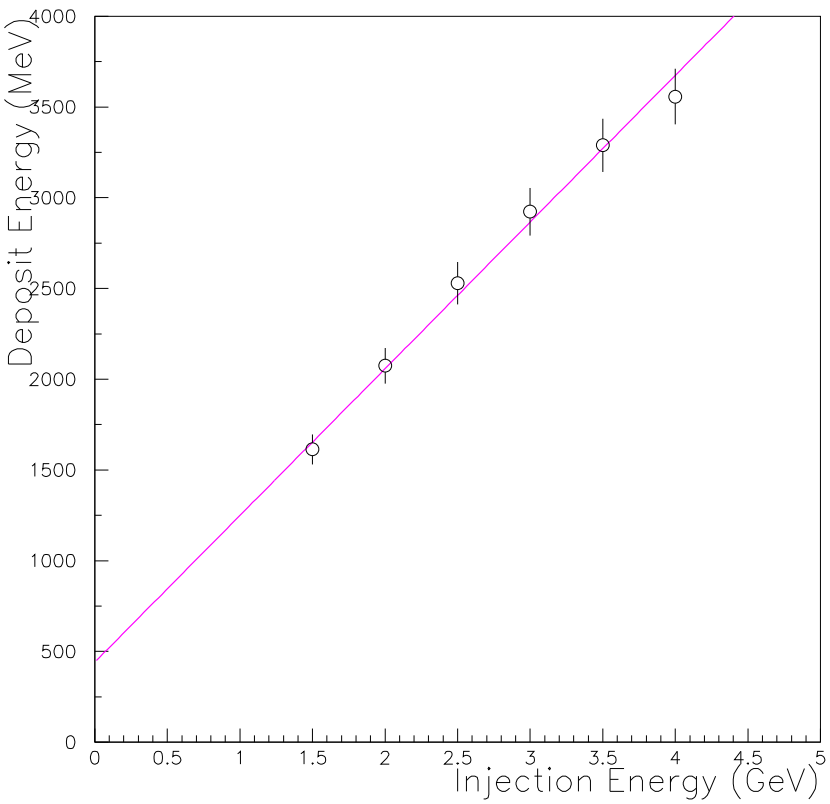


図 4.25: 原点を通らない 1 次関数のあてはめ

これだとエラーバーの中に直線が入るので直線性がでていると言えよう。

しかし、原点を通らないために外部からのエネルギーがなくても発光していることとなってしまう。また $Geant4$ のシミュレーションと比べ Y 切片が大きくなっている。

これはなぜだろうか。エネルギー分解能に着目してみた。詳しくは 4.10.3 項でエネルギー分解能を交えて評価する。

4.9　獲得光電子数

ビームが入射された時の PMT で獲得した光電子数を計算する。各入射エネルギー毎に獲得光電子数を計算し、入射エネルギーと獲得光電子数の関係を調べる。獲得光電子数の計算は以下の方法で行った。

1. ビームテストで用いた PMT のゲインの測定をする。

   これは 4.1.4 項ですでに求め、

   $$\text{ゲイン}\,(\mathrm{V}) = 4.51 \cdot 10^{-18} \cdot V^{7.38}$$

   であることがわかっている。ビームテストで用いた $H.V.$ は $1650\ V$ なので、

   $$\text{ゲイン}\,(1650) = 2.53 \times\ 10^{6}$$

   となる。

2. ビームテストで用いた ADC モジュールのキャリブレーションをする。

   これは $1\ ch$ あたり $0.251\ pC$ に対応することを別途調べた[5]。

3. 各入射エネルギーの ADC のピークの中央値からペデスタルを引いたものをを電荷量 q に変換する。

4. 電荷量 q を電気素量 e で割り、PMT で増幅後の電子数 $N_{\text{増幅後}}$ を求める。

5. 電子数 $N_{\text{増幅後}}$ を PMT のゲインで割ることにより、増幅前の平均光電子数 $N_{p.e.}$ が求まる。

6. ビームテスト時ディバイダーを入れていたのでその補正を入れる。

これから求めた各入射エネルギーでの獲得光電子数の散布図を図 4.26 に載せる。

図 4.26 の散布図は 1 次関数のあてはめを行っている。これより入射エネルギーと獲得光電子数の関係は

$$N_{p.e.} = (1.3x_{(GeV)} + 0.8) \times\ 10^{3}$$

となった。この結果は 4.8 節と同じく原点を通らないあてはめを行ったため y 切片が生まれている。この y 切片は結晶の大きさからくる寄与とノイズからくる寄与であると考えている。詳しくは 4.10.3 項でエネルギー分解能を交えて評価する。これにより入射エネルギーと獲得平均光電子数の関係は傾きにより表されるので $1\ MeV$ あたり約 1.3 個の光電子が得られたことになる。

代表的なチェレンコフ輻射体である鉛ガラス $(SF5)$ は $1\ MeV$ あたり 1 個の光電子が得られると言われているので PbF_2 結晶はフッ化鉛結晶と比べ約 1.3 倍の光電子が得られると言える。

[5] $Clock\ Genarator$ の信号を 2 つに分け、1 つを ADC のゲートに、もう 1 つを $Delay$ をかけたのち ADC のインプットに入力した。入力信号の $width$ を $200\ ns$ に固定し、$attenuator$ で入力信号の波高値を減衰させて行った。入力信号の $width$、波高値から電荷量を計算し、各入力電荷量に対する ADC のピークチャンネルをプロットした。電荷量対チャンネルの 1 次関数を求め、$ADC1\ ch$ あたりの時間 ps を求めた。

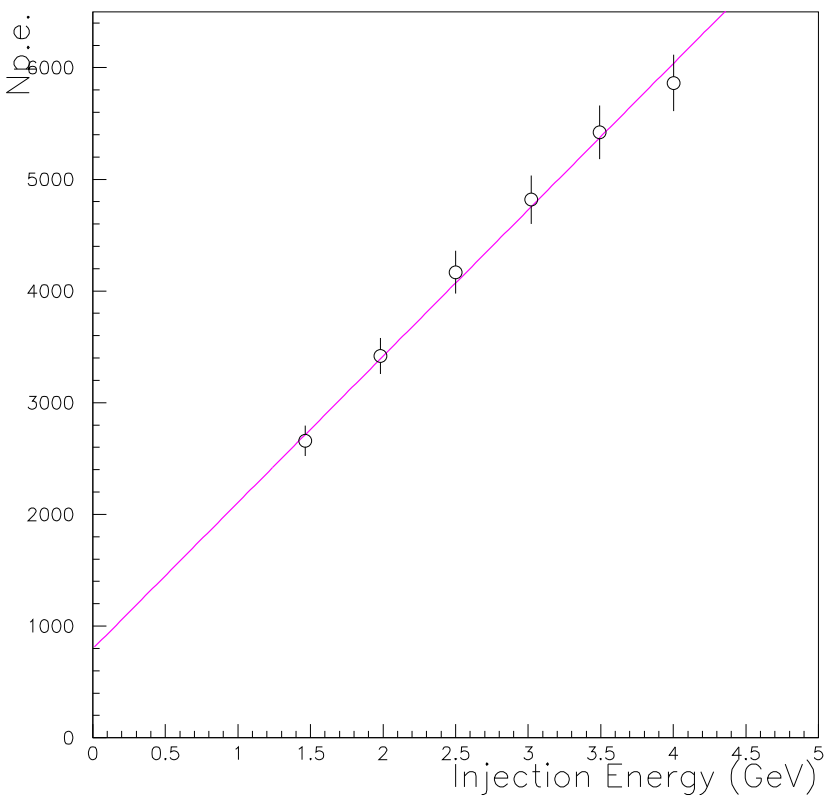


図 4.26: 各入射エネルギーに対する獲得光電子数

4.10　エネルギー分解能

検出器の重要な特性の 1 つとして単一エネルギーの入射に対する応答の分布により求まるエネルギー分解能がある。仮に正確な単一エネルギーを入射したとしても

- 結晶内で発生する粒子の個数の変動
- 結晶からの漏れ出し
- PMT、ロジック回路等の電気的ノイズ

等の理由により結晶から得られた信号は一定の値を示さず、広がりを持つ。この広がりを小さくすることができれば、分布の幅は狭くなり、数学的にはデルタ関数に近づく。入射粒子のエネルギーを詳細に解析するための測定能力はこの広がりが狭ければ狭いほど向上する。

エネルギー分解能は検出器から得られる分布の広がりを分布のピークの中央値で割ったものである。したがってエネルギー分解能は無次元の値であり、一般に百分率で表される。ここではエネルギー分解能は σ/E として考えて行く。

4.10.1　エネルギー分解能とその誤差

エネルギー分解能の求め方

エネルギー分解能を求めるのにあたり、4.7 節で求めた σ の値を使う。エネルギー分解能は上述したように σ/E と考えられ、具体的には表 4.2 の「σ」と「中央値」を読み取り、割った値をエネルギー分解能として計算して行く。

エネルギー分解能の誤差

エネルギー分解能の誤差を考える前に σ と ΔE とでは意味が異なるので整理しておく。

- σ の意味

  1 つの粒子が結晶に入射されるとき、チェレンコフ効果による光子を放出し、光子が PMT に入り、光電効果を起こし、ダイノードで増幅され... といった過程で発生する光子や電子の個数はイベント毎に揺らぎをもっており、それぞれの過程はポアソン関数に従った分布になる。検出器の分解能はこれらの過程で発生する揺らぎの重ねあわせで決まる。この揺らぎの重ね合わせが σ である。これらの過程の中で最も統計が少なくなるのは PMT 上での光電効果により発生する光電子で、この光子数が検出器の分解能のほとんどを決めている。その値は

  $$\frac{\sigma}{E} \sim \frac{1}{\sqrt{N_{p.e.}}}$$

  と関係付けられる。

- ΔE の意味

  ΔE は N 個のデータを測定する毎の統計量による分布の揺らぎであり、具体的には ADC 分布の中央値の確からしさである。ΔE は中心極限定理により

  $$\Delta \bar{E} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

  と関係付けられる。

ここで、エネルギー分解能の誤差を求めるにあたり $\Delta\sigma$ の値が必要となるのであらかじめ求めておく。分散 σ の定義は以下のようになっているので、

$$\sigma = \frac{\sqrt{\sum (E_i - \bar{E})^2}}{N}$$

$\Delta\sigma$ は以下の式で与えられる。

$$\begin{aligned} \Delta\sigma &= \frac{d(\sqrt{\sum (E_i - \bar{E})^2})}{N\ d\bar{E}} \Delta\bar{E} \\ &= \frac{1}{N^2}\frac{\bar{E}}{\sigma}\Delta\bar{E} \end{aligned}$$

また、多変数の誤差は

$$\Delta q(x, \cdots, z) = \sqrt{\Big(\frac{\partial q}{\partial x}\Delta x\Big)^2 + \cdots + \Big(\frac{\partial q}{\partial z}\Delta z\Big)^2}$$

と表される [14] ことがわかっている。

これでエネルギー分解能の誤差を求める準備が整ったのでここより求める。エネルギー分解能の誤差 $\Delta(\sigma/E)$ は、

$$\begin{aligned} \Delta\Big(\frac{\sigma}{E}\Big) &= \sqrt{\Big(\frac{\partial(\frac{\sigma}{E})}{\partial E}\Delta E\Big)^2 + \Big(\frac{\partial(\frac{\sigma}{E})}{\partial \sigma}\Delta\sigma\Big)^2} \\ &= \sqrt{\frac{\sigma^2}{E^4}\Delta E^2 + \frac{\Delta\sigma^2}{E^2}} \\ &= \frac{1}{E}\sqrt{\Big(\frac{\sigma}{E}\Big)^2\Delta E^2 + \frac{1}{N^4}\Big(\frac{E}{\sigma}\Big)^2\Delta E^2} \\ &= \frac{\sigma}{E}\frac{1}{\sqrt{N}}\sqrt{\Big(\frac{\sigma}{E}\Big)^2 + \Big(\frac{\sigma}{E}\Big)^{-2}N^{-4}} \end{aligned}$$

ここで $N > 10^3$、$\sigma/E \sim 10^{-2}$ 程度なら $(\sigma/E)^2 \gg (\sigma/E)^{-2}N^{-4}$ であるので無視してもよい。よって

$$\Delta\Big(\frac{\sigma}{E}\Big) = \Big(\frac{\sigma}{E}\Big)^2\frac{1}{\sqrt{N}}$$

となり、この値をエラーバーとした。

4.10.2　エネルギー分解能のあてはめ

電磁カロリーメーターのエネルギー分解能は以下の要素に展開できる。

$$\left(\frac{\Delta E}{E}\right)^2 = \left(\frac{a_0}{E}\right)^2 + \left(\frac{a_1}{\sqrt{E}}\right)^2 + b^2 \tag{4.5}$$

a_0 は電気的ノイズ項、a_1 は統計項、b は定数項である。

そして定数項 b はさらに主に 3 つの要素に展開できる。

$$b^2 = {b_G}^2 + {b_C}^2 + {b_n}^2 \tag{4.6}$$

b_G は吸収による項、b_C はキャリブレーションエラーによる項、b_n は結晶の不均一さによる項である。

電気的ノイズ項

電気的ノイズ項 a_0 は数モリエール半径内の読み出しチャンネルを足し合わせた電気的ノイズの寄与である。主にこの項は低エネルギーで支配的である。

統計項

統計項 a_1 は光電子の統計量からの寄与である。結晶内での光量と結晶に取り付けられた光子検出器の面積により関連づけられる。主にこの項は中間エネルギーから高エネルギーについて支配的である。

定数項

定数項 (b) は以下の要素に分解できるが、一般的に高エネルギーの上限までくるとこの項が支配的になる。

- 吸収による項

  吸収による項 b_G は幾何学的な効果を表す。後面、側面、前面からのシャワーの漏れ出し、結晶間や結晶の前方にある物質 (結晶に反射材として巻いてあるテフロン、結晶の暗箱、結晶の上流側にあるトリガーカウンターなど) からの一部のシャワーの吸収による項である。b_G の最小値は $0.3 \sim 0.4$ % であり、関心のあるエネルギー範囲の上限と下限において、より大きくなる可能性がある。

  もし十分に正確なキャリブレーションと均一な光の反応が得られれば、カロリーメータの究極のエネルギー分解能はシャワーの漏洩とこの項で決定する。

- キャリブレーションエラーによる項

キャリブレーションエラーによる項 b_C は結晶間のキャリブレーションの誤差を表している。キャリブレーションの方法に依存し、この項の下限は 0.3 %となる。

- 結晶の不均一さによる項

  結晶の不均一さによる項 b_n は結晶の反応 (固有の減衰長、位置による反射率の変化、誘導放射等) の不均一性からくる項である。同じ入射エネルギーの粒子でも電磁シャワーの広さと深さの分布に広がりがあるので分解能に効いてくる。

今回のビームテストでは低エネルギーではないので各入射エネルギーのエネルギー分解能に対してのあてはめには式 (4.5) から電気的ノイズ項 a_0 を除き以下の式を使った。

$$\frac{\sigma}{E} = \sqrt{\left(\frac{a_1}{\sqrt{E}}\right)^2 + b^2} \tag{4.7}$$

式 (4.7) を用いてあてはめた散布図を図 4.27 に載せる。

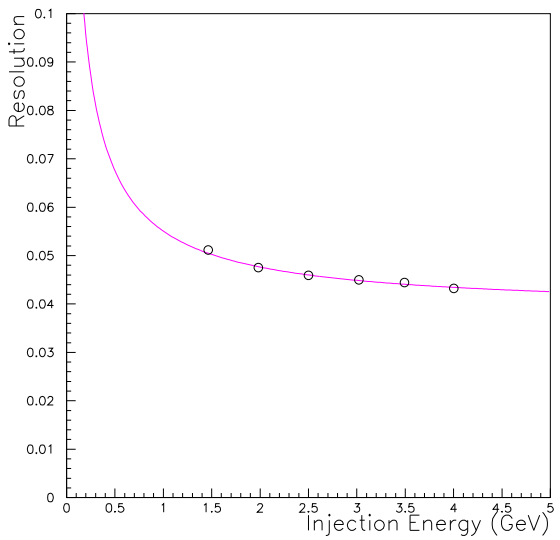


図 4.27: エネルギー分解能

式 (4.7) のあてはめの結果は以下の通りである。誤差はあてはめのエラーを用いた。

$$\frac{\sigma}{E} = \sqrt{\left(\frac{(3.9 \pm 0.0) \times\ 10^{-2}}{\sqrt{E}_{(GeV)}}\right)^2 + ((3.9 \pm 0.0) \times\ 10^{-2})^2} \tag{4.8}$$

これにより、統計項が約 3.9 %、定数項が約 3.9 %であることがわかった。

4.10.3　直線性、獲得光電子数、エネルギー分解能の考察

4.8 節で述べたように電子の入射エネルギーと PbF_2 結晶に落としたエネルギーの関係に原点を通る直線性はでなかった。

$Geant4$ によるシミュレーションでも 1 次関数を引くと原点を通らなかったため、結晶の大きさが小さかったことが原因の 1 つであることはわかった。しかし、実験データはシミュレーションよりも 1 次関数をあてはめたときの y 切片が大きく、他にも原因がありそうである。

そこでエネルギー分解能を用いてノイズの検証をしてみた。エネルギー分解能のあてはめを考える時、電気的ノイズ項は低エネルギーでは支配的であるが一般的に高エネルギーではあまり効いてこない。しかし、PbF_2 結晶はシンチレータではなくチェレンコフ輻射体であるため光量が少ない。代表的なシンチレータである $NaI(Tl)$ と比べると光量は 4 桁も落ちる。

光量が少ないと光量が多い場合と比べ相対的にノイズの割合が大きくなるので、今回のビームテストの結果には電気的なノイズが効いている可能性がある。

これを検証するために式 (4.5) の電気的ノイズ項を入れたあてはめを行ってみた。あてはめの式は以下の式 (4.9) である。また、式 (4.9) を使ったエネルギー分解能の散布図にあてはめた図は図 4.28 に載せる。

$$\frac{\sigma}{E} = \sqrt{\left(\frac{a_0}{E}\right)^2 + \left(\frac{a_1}{\sqrt{E}}\right)^2 + b^2} \tag{4.9}$$

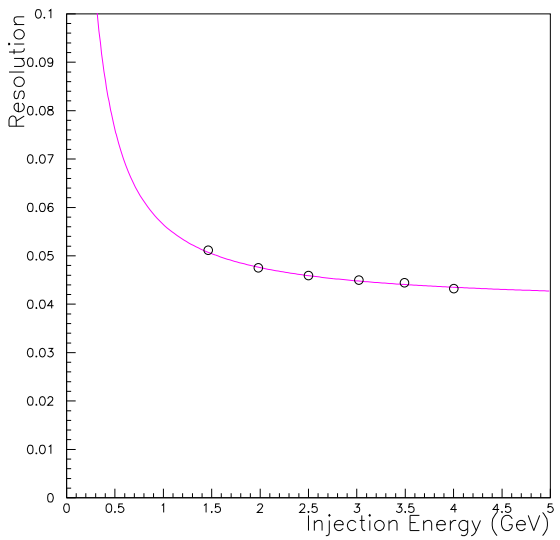


図 4.28: エネルギー分解能

これにより以下の分解能を得た。

$$\frac{\sigma}{E} = \sqrt{\left(\frac{(2.2 \pm 0.4) \times\ 10^{-2}}{E_{(GeV)}}\right)^2 + \left(\frac{(3.3 \pm 0.2) \times\ 10^{-2}}{\sqrt{E}_{(GeV)}}\right)^2 + ((3.9 \pm 0.0) \times\ 10^{-2})^2} \qquad (4.10)$$

この結果によると電気的ノイズ項は $2.2\ \%$、統計項は $3.3\ \%$、定数項は $3.9\ \%$ であることがわかった。

これは実に良い結果を表していると言える。式 (4.7) と式 (4.9) のあてはめの結果を比べると、定数項 (b) の値がお互い $3.9\ \%$ で一定であり、吸収、漏れ出し、キャリブレーションエラー、結晶の不均一さがどちらのあてはめを使っても良く現れていると言える。

また統計項について考えてみる。エネルギー分解能 σ/E の E は光電子数 $Np.e.$ に比例し、σ は $\sqrt{N}_{p.e.}$ に比例する。これにより

$$\frac{\sigma}{E} \propto \frac{\sqrt{N}_{p.e.}}{N_{p.e.}} = \frac{1}{\sqrt{N}_{p.e.}} \qquad (4.11)$$

となる。この式 (4.11) に具体的に数字を入れて計算してみる。4.9 節より $1\ MeV$ あたり約 1.3 個の光電子が得られることがわかったので、$1\ GeV$ で 1300 個の光電子が得られることがわかる。これを式 (4.11) に入れてみると

$$\frac{1}{\sqrt{N}_{p.e.}} = \frac{1}{\sqrt{1300}} \qquad (4.12)$$

$$= 0.027 \qquad (4.13)$$

となり $2.7\ \%$の値を得るとこができる。これは式 (4.7) のあてはめの結果の $3.9\ \%$と比べ、式 (4.9) のあてはめの結果の $3.3\ \%$の方がより近い値となっている。

これにより式 (5.1) の方が式 (4.7) より確からしいと言える。よって、今回のビームテストでは電気的ノイズ a_0 が約 $2.2\ \%$ 効いていることがわかる。

この電気的ノイズによって応答の直線性、獲得光電子数の散布図で y 切片を持つ理由の 1 つとなり、y 切片入れた 1 次関数のあてはめをしてよい。

本来はエネルギー分解能のあてはめをする場合、低エネルギー側であてはめのパラメータが決定しやすいので低エネルギー側 $(0.5$、$1.0\ GeV)$ でのデータがあればより詳しい結果が得られたと思われる。

第5章　まとめ

5.1　まとめ

大型 $(20\ mm \times 20\ mm \times 100\ mm(11\ X_0))$ の PbF_2 結晶の試作に成功したのでビームテストを行った。$3 \times\ 3$ の配列に組み 1.5、2.0、2.5、3.0、3.5、$4.0\ GeV/c$ の電子、ハドロンビームを照射した。

ハドロン

ハドロンの突き抜けの分布と $Nuclear\ Interaction$ の分布は確認できたが、$Nuclear\ Interaction$ による π^+ と π^- の反応の違いは確認できなかった。

電子

入射エネルギーに対する直線性は得られた。

エネルギー分解能は以下のようになり、電気的ノイズ項は $2.2\ \%$、統計項は $3.3\ \%$、定数項は $3.9\ \%$であることがわかった。

$$\frac{\sigma}{E} = \sqrt{\left(\frac{(2.2 \pm 0.4) \times\ 10^{-2}}{E_{(GeV)}}\right)^2 + \left(\frac{(3.3 \pm 0.2) \times\ 10^{-2}}{\sqrt{E}_{(GeV)}}\right)^2 + ((3.9 \pm 0.0) \times\ 10^{-2})^2}$$

$1\ MeV$ あたり約 1.3 個の光電子が得られた。

参考文献

[1] Richard C. Fernow “Introduction to experimental particle phisics” Cambridge University Press

[2] Y.Yoshimura;Crystal Cherenkov Radiator
KEK Proceedings 97-9,Proceedings of the Workshop on Scintillating Crystals (1997),178-183

[3] S.Yamashita N.Morita T.Aoki;Crystal growth and characterization of PbF_2
KEK Proceedings 97-9,Proceedings of the Workshop on Scintillating Crystals (1997),173-177

[4] G. Gratta *et al.*, Ann. Rev. Nucl. Prt. Sci. 44 (1994)453-500

[5] Ren-Yuan Zhu *et al.*, Nucl. Phys. Proc. Suppl. 44 (1995)88-108

[6] Compact Muon Solenoid Lett. Intent, CERN/LHCC 92-3, LHCC/I1(1992)

[7] L3P Lett. Intent, CERN/LHCC 92-5, LHCC/I3(1992)

[8] N. Tsoulfanidis, “Measurement and Detection of Radiation”,
Hemisphere Publication Corporation,(1983).

[9] G.F. Knoll, “RADIATION DETECTION AND MEASUREMENT-2nd Edition-”,
John Wiley & Inc. (1988).

[10] “KOUDENSHIZOUBAIKAN-2nd Edition-”
HAMAMATSU PHOTONICS K.K.,Tube Center(1998)

[11] Particle Data Group, “Review of Particle Physics”, *The European Physical Journal* C3 148(1998).

[12] W.R. Nelson, T.M. Jenkins, R.C. McCall, and J.K. Cobb, Phys. ReV. 149, 201(1966)

[13] G. Bathow *etal.*, Nucl. Phys. B20, 592(1970)

[14] John R. Taylor, “AN INTRODUCTION TO ERROR ANALYSIS”,
University Science Books (1996).

[15] 今里純 編集 『KEK-PS ユーザーズハンドブック』 KEK (1988)

[16] 真木晶弘 著 『高エネルギー物理学』 丸善

[17] 日本材料科学会 編 『照射効果と材料』 裳華房

[18] T. Ishizaki, Master Thesis, Tsukuba Univ.(1999)

[19] H. Ichihara, Master Thesis, Nagoya Univ.(2001)

[20] S. Matsui, Master Thesis, Nagoya Univ.(2001)

[21] T. Noma, Master Thesis, Yamagata Univ.(2001)

[22] A. Miura, Master Thesis, Yamagata Univ.(2001)

[23] R. Chiba, Master Thesis, Yamagata Univ.(2001)

[24] A. Iijima, Master Thesis, Yamagata Univ.(2002)

[25] K. Ozeki, Bachelor Thesis, Tohoku Univ.(1999)

謝辞

本論文を仕上げるにあたり、諸先生方、お世話になりました皆様方にこの場をお借りしてお礼申し上げます。

加藤静吾先生、岩田高広先生、吉田浩司先生、田島靖久先生にはゼミや実験を通して物理の考え方や知識を基礎から教えて頂きました。また本論文に目を通して頂き、貴重な助言を頂きました。研究室配属になってからのこの 3 年間で物理だけではなく非常に多くのことを学び成長できたと思います。

東北大学大学院理学研究科附属原子核理学研究施設に転任された清水肇先生には転任前はゼミを通じて大変多くのことを教えて頂き、転任後も解析について多数の助言を頂きました。心より感謝致します。

共同研修者である高エネルギー加速器研究機構の稲垣隆雄先生を始め、吉村嘉男先生、G. Y. Lim 先生には本研究のみならず、$E391a$ 実験を通し、多くのことを学ぶ機会を与えて頂きました。このような国際的な大きな実験に参加できたことは貴重な経験となりました。

同研究室の板谷道隆君、針生智夫君、森谷昌輝君、山本正和君とは日頃から実験、解析について話し合い、お互いに成長できたと思います。またプライベート面でもお世話になりました。

現在の私は、皆様方の支えがあったからこそのものであると犇犇と感じております。改めまして皆様方に厚くお礼申し上げます。